INFORMATIK-BIBER SCHWEIZ
CASTOR INFORMATIQUE SUISSE
CASTORO INFORMATICO SVIZZERA

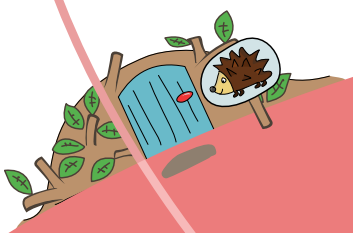
Exercices et solutions 2025

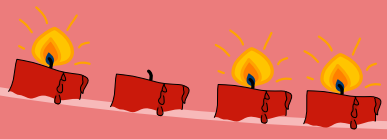
Années HarmoS 13/14/15

https://www.castor-informatique.ch/

Éditeurs :

Susanne Thut, Nora A. Escherle,
Elsa Pellet, Jean-Philippe Pellet





01010011010101100100100
10000010010110101010011
01010011010010010100101
00101101010100110101001
01001001010010010010001

SS!E

www.svia-ssie-ssii.ch
schweizerischerverein für informatikin
derausbildung//société suisse pour l'infor
matiquedans l'enseignement//società sviz
zera per l'informatica nell'insegnamento

HASLERSTIFTUNG ETH zürich | ABZ AUSBILDUNGS- UND BERATUNGSZENTRUM FÜR INFORMATIKUNTERRICHT Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana SUPSI hep/ PH LUZERN PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE

Ont collaboré au Castor Informatique 2025

Masiar Babazadeh, Jean-Philippe Pellet, Andrea Maria Schmid, Giovanni Serafini, Susanne Thut

Cheffe de projet : Nora A. Escherle

Nous adressons nos remerciements pour le travail de développement des exercices du concours à :
Patricia Heckendorn, Gymnasium Kirschgarten
Juraj Hromkovič, Regula Lacher : ETH Zürich, Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht
Jens Hartmann, Stephan Koch, Dirk Schmerenbeck und Jacqueline Staub : Universität Tier, Allemagne

Le choix des exercices a été fait en collaboration avec les organisateur de Bebras en Allemagne, Autriche et Hongrie. Nous remercions en particulier :
Philip Whittington, Silvan Horvath : ETH Zürich, Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht
Wolfgang Pohl, Karsten Schulz, Franziska Kaltenberger, Margaretha Schlüter, Kirsten Schlüter, Michael Weigend : Bundesweite Informatikwettbewerbe (BWINF), Allemagne
Wilfried Baumann : Österreichische Computer Gesellschaft, Autriche
Gerald Futschek, Lukas Lehner : Technische Universität Wien, Autriche
Zsuzsa Pluhár, Bence Gaal : ELTE Informatikai Kar, Hongrie

La version en ligne du concours a été réalisée sur l'infrastructure cuttle.org. Nous remercions pour la bonne collaboration :
Eljakim Schrijvers, Justina Oostendorp, Alieke Stijf, Kyra Willekes : cuttle.org, Pays-Bas
Andrew Csizmadia : Raspberry Pi Foundation, Royaume-Uni

Les tâches de programmation ont été créées et développées spécialement pour la plate-forme en ligne. Nous remercions chaleureusement pour leur initiative :
Jacqueline Staub : Universität Tier, Allemagne
Dirk Schmerenbeck : Universität Trier, Allemagne
Dave Oostendorp : cuttle.org, Pays-Bas

Pour le support pendant les semaines du concours, nous remercions en plus :
Eveline Moor : Société suisse pour l'informatique dans l'enseignement

Nous remercions les personnes suivantes pour l'organisation et la réalisation de la finale suisse :
Dennis Komm, Hans-Joachim Böckenhauer, Angélica Herrera Loyo, Andre Macejko, Moritz Stocker, Philip Whittington, Silvan Horvath : ETH Zürich, Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht
Pour la correction des épreuves :
Clemens Bachmann, Morel Blaise, Tobias Boschung, Davud Evren, Jay Forrer, Sven Grübel, Urs Hauser, Fabian Heller, Jolanda Hofer, Alessandra Iacopino, Saskia Koller, Richard Královič, Jan Mantsch, Adeline Pittet, Alexander Skodinis, Emanuel Skodinis, Jasmin Sudar, Valerie Verdan, Chris

Wernke
Pour la traduction française des épreuves :
Jean-Philippe Pellet : Haute école pédagogique du canton de Vaud

Christoph Frei : Chragokyberneticks (Logo Castor Informatique Suisse)
Andrea Leu, Sarah Beyeler, Maggie Winter : Senarclens Leu + Partner AG

Des remerciements particuliers sont dûs pour leur grand soutien à Juraj Hromkovič, Dennis Komm, Gabriel Parriaux et la Fondation Hasler. Sans eux, ce concours n'existerait pas.

La version allemande des exercices a également été utilisée en Allemagne et en Autriche.

L'adaptation française a été réalisée par Elsa Pellet et l'adaptation italienne par Christian Giang.

INFORMATIK-BIBER SCHWEIZ
CASTOR INFORMATIQUE SUISSE
CASTORO INFORMATICO SVIZZERA

Le Castor Informatique 2025 a été réalisé par la Société suisse pour l'informatique dans l'enseignement (SSIE) et généreusement soutenu par la Fondation Hasler. Parmi les autres partenaires et sponsors qui ont soutenu financièrement le concours, citons Abraxas Informatik AG, l'Office de l'école obligatoire et du conseil (OECO) du canton de Berne, l'Office de l'économie (AWI) du canton de Zurich, CYON AG et UBS.

Cette brochure a été produite le 10 décembre 2025 avec le système de composition de documents LaTeX. Nous remercions Christian Datzko pour le développement et maintien de la structure de génération des 36 versions de cette brochure (selon les langues et les degrés). La structure actuelle a été mise en place de manière similaire à la structure précédente, qui a été développée conjointement avec Ivo Blöchliger dès 2014. Nous remercions aussi Jean-Philippe Pellet pour le développement de la série d'outils `bebras`, qui est utilisée depuis 2020 pour la conversion des documents source depuis les formats Markdown et YAML.

Tous les liens dans les tâches ci-après ont été vérifiés le 1er décembre 2025.

Préambule

Très bien établi dans différents pays européens et plus largement à l'échelle mondiale depuis plusieurs années, le concours « Castor Informatique » a pour but d'éveiller l'intérêt des enfants et des jeunes pour l'informatique. En Suisse, le concours est organisé en allemand, en français et en italien par la SSIE, la Société suisse pour l'informatique dans l'enseignement, et soutenu par la Fondation Hasler.

Le Castor Informatique est le partenaire suisse du concours « Bebras International Contest on Informatics and Computer Fluency » (`https://www.bebras.org/`), initié en Lituanie.

Le concours a été organisé pour la première fois en Suisse en 2010. Le Petit Castor (années HarmoS 5 et 6) a été organisé pour la première fois en 2012.

Le Castor Informatique vise à motiver les élèves à apprendre l'informatique. Il souhaite lever les réticences et susciter l'intérêt quant à l'enseignement de l'informatique à l'école. Le concours ne suppose aucun prérequis quant à l'utilisation des ordinateurs, sauf de savoir naviguer sur Internet, car le concours s'effectue en ligne. Pour répondre, il faut structurer sa pensée, faire preuve de logique mais aussi d'imagination. Les exercices sont expressément conçus pour développer un intérêt durable pour l'informatique, au-delà de la durée du concours.

Le concours Castor Informatique 2025 a été fait pour cinq tranches d'âge, basées sur ces années scolaires :

- Années HarmoS 5 et 6
- Années HarmoS 7 et 8
- Années HarmoS 9 et 10
- Années HarmoS 11 et 12
- Années HarmoS 13 à 15

Chaque tranche d'âge avait des exercices classés en trois niveaux de difficulté : facile, moyen et difficile. Les élèves des années HarmoS 5 et 6 avaient 9 exercices à résoudre : 3 faciles, 3 moyens, 3 difficiles. Les élèves des années HarmoS 7 et 8 avaient, quant à eux, 12 exercices à résoudre (4 de chaque niveau de difficulté). Finalement, chaque autre tranche d'âge devait résoudre 15 exercices (5 de chaque niveau de difficulté).

Chaque réponse correcte donnait des points, chaque réponse fausse réduisait le total des points. Ne pas répondre à une question n'avait aucune incidence sur le nombre de points. Le nombre de points de chaque exercice était fixé en fonction du degré de difficulté :

	Facile	**Moyen**	**Difficile**
Réponse correcte	6 points	9 points	12 points
Réponse fausse	−2 points	−3 points	−4 points

Utilisé au niveau international, ce système de distribution des points est conçu pour limiter le succès en cas de réponses données au hasard.

Chaque participant·e obtenait initialement 45 points (ou 27 pour les années HarmoS 5 et 6, et 36 pour les années HarmoS 7 et 8).

Le nombre de points maximal était ainsi de 180 (ou 108 pour les années HarmoS 5 et 6, et 144 pour les années HarmoS 7 et 8). Le nombre de points minimal était zéro.

Les réponses de nombreux exercices étaient affichées dans un ordre établi au hasard. Certains exercices ont été traités par plusieurs tranches d'âge (en étant classés différemment dans les niveaux de difficulté).

Certains exercices sont indiqués comme « bonus » pour certaines catégories d'âge : ils ne comptent pas dans le total des points, mais servent à départager plusieurs scores identiques en cas de qualification pour les éventuels tours suivants.

Pour de plus amples informations :

Société suisse pour l'informatique dans l'enseignement
SVIA-SSIE-SSII
Castor Informatique
Jean-Philippe Pellet

`https://www.castor-informatique.ch/kontaktieren/`
`https://www.castor-informatique.ch/`

Table des matières

1. Message secret

Une image secrète composée de pixels noirs et blancs doit être transmise de manière sûre. Pour cela, le service de messagerie crée deux images composées de pixels foncés et clairs sur des feuilles transparentes. L'image secrète n'est révélée que lorsque les deux feuilles transparentes sont superposées.

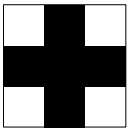
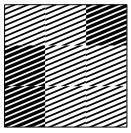


Image secrète


Transparent 1


Transparent 2


Transparents 1 et 2 superposés

Les images des les feuilles transparentes sont créées de la manière suivante : tout d'abord, un motif aléatoire de pixels clairs et foncés est imprimé sur la première feuille transparente. La couleur des pixels de la deuxième feuille transparente est déterminée par la règle suivante en fonction de la couleur des mêmes pixels sur l'image originale et sur la première feuille transparente :

- Si le pixel de l'image originale est noir, les pixels sur le transparent 1 et le transparent 2 doivent être de couleurs différentes (l'un clair et l'autre foncé).
- Si le pixel de l'image originale est blanc, les pixels sur le transparent 1 et le transparent 2 doivent être la même couleur (les deux clairs ou les deux foncés).

Le premier transparent a déjà été imprimé pour l'image ci-dessous. Détermine la couleur des pixels du deuxième transparent.

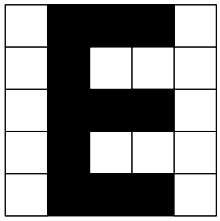
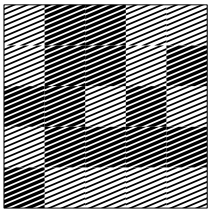
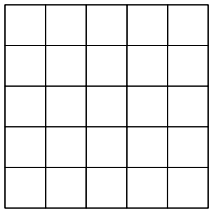


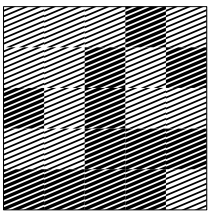
Image secrète


Transparent 1


Transparent 2

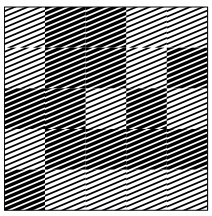
Solution

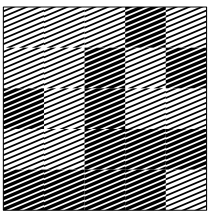
Voici la bonne réponse :

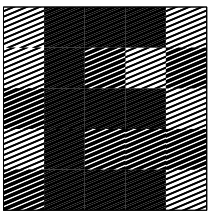


Sur cette image du transparent 2, chaque pixel a été imprimé en suivant la règle décrite plus haut – en fonction de l'image secrète et du transparent 1. L'image du transparent 2 n'est différente du transparent 1 qu'aux endroits où l'image secrète a un pixel noir.

Tu peux voir ici comment la superposition du transparent 1 et de ce transparent 2 révèle l'image secrète :


Transparent 1


Transparent 2


Transparents 1 et 2 superposés

C'est de l'informatique !

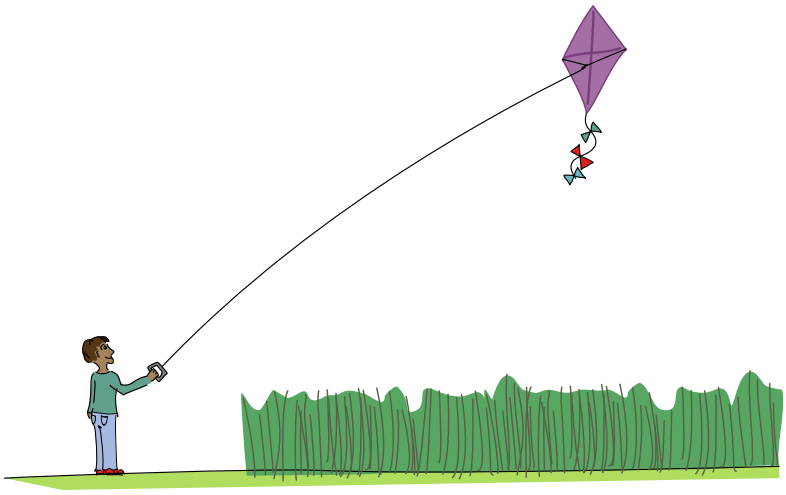
Le service de messagerie utilise un *procédé cryptographique* basé sur une image – ce qui est appelé *cryptographie visuelle*. La technique de cet exercice du castor a été développée en 1994 par les scientifiques israéliens Moni Naor et Adi Shamir. Le procédé est très sûr pour un unique transparent : comme il est basé sur une matrice de pixels aléatoire, aucune information ne peut être gagnée à partir d'un seul transparent, même à l'aide d'outils informatiques. Le déchiffrement n'est possible qu'avec les deux transparents, et est alors très simple.

Pour la transmission, un transparent 1 aléatoire mais fixe pourrait être enregistré comme *clé* chez l'expéditeur et chez le destinataire : il ne faudrait plus que générer et envoyer le deuxième transparent pour chaque image secrète. Cependant, le procédé n'est plus si sûr si la clé, donc le transparent 1, est réutilisée. C'est un problème général des méthodes de cryptographie qui fonctionnent d'après le principe du *masque jetable*. Dans ces méthodes, la clé doit être au moins aussi longue que le message secret et doit être générée aléatoirement. Le message chiffré est généré à l'aide d'une combinaison réversible des signes du message secret et de la clé. En informatique, l'opération *XOR* est souvent utilisée pour les messages en bits. La combinaison des pixels clairs et sombres de cet exercice correspond exactement à cette opération.

Mots clés et sites web

- Cryptographie visuelle : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Cryptographie_visuelle`
- Masque jetable : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Masque_jetable`
- XOR : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_OU_exclusif`

2. Cerf-volant perdu

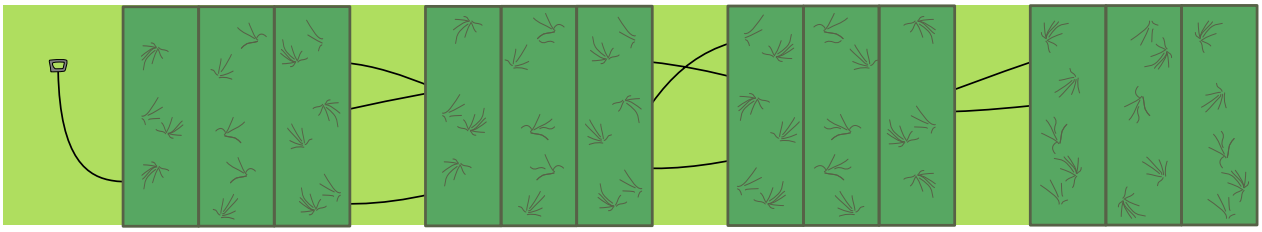


Pas de chance! Asterios a perdu son cerf-volant dans la prairie. Le fil s'est emmêlé dans les hautes herbes et c'est difficile de retrouver le cerf-volant.

La prairie est divisée en 15 cases qui peuvent être examinées une à une.

Asterios a déjà examiné 3 cases de la prairie. Il regarde attentivement comment le fil est arrangé dans ces cases et remarque qu'il ne doit plus examiner qu'une seule case pour savoir exactement dans quelle case est son cerf-volant.

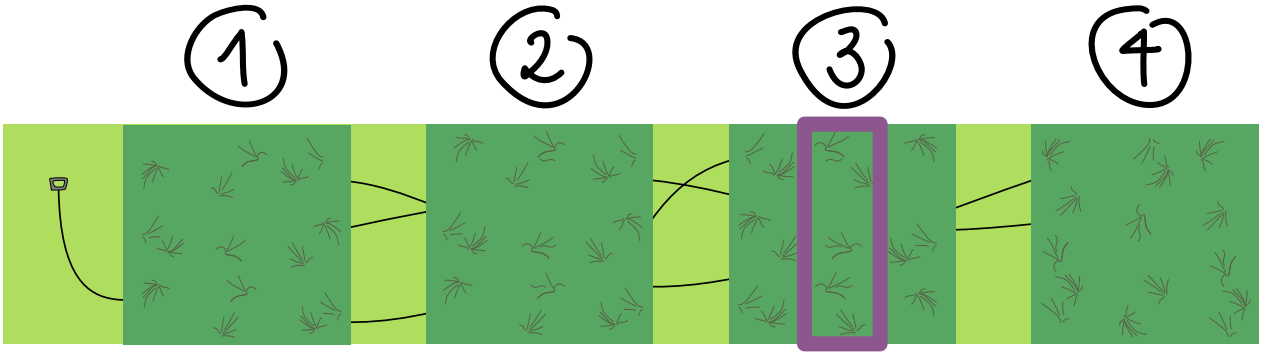
De quelle case s'agit-il ?



Solution

Voici la bonne réponse :

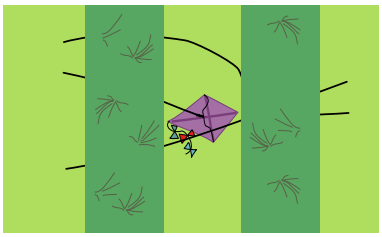
Asterios doit examiner la case encadrée en violet pour savoir exactement dans quelle case se trouve son cerf-volant.



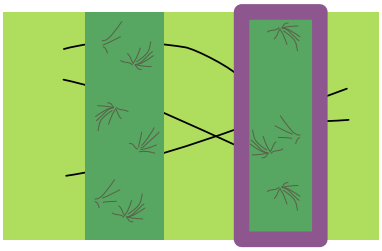
Tu peux trouver la solution en deux étapes. D'abord, tu détermines dans lequel des quatre blocs 1, 2, 3 ou 4 doit se trouver le cerf-volant. Pense au fait que le fil commence à gauche et que le cerf-volant se trouve à l'autre extrémité.

Le cerf-volant ne peut pas être dans le bloc 4, car le fil y entre et en ressort. Le cerf-volant doit se trouver à la droite du bloc 2, car on voit trois parties de fil entre le bloc 2 et le bloc 3. Deux parties du fil forment une boucle à droite de la prairie, et la troisième doit donc mener au cerf-volant.

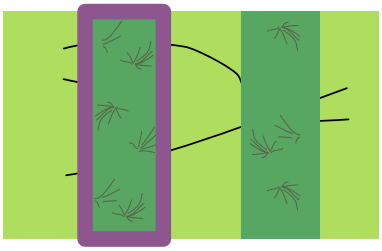
Lorsqu'Asterios examine la case au milieu du bloc 3, il peut tomber sur l'un des trois cas suivants :



Cas 1 : Le cerf-volant se trouve dans la case du milieu et la recherche est terminée.



Cas 2 : Il n'y pas de cerf-volant, mais trois parties de fil qui entrent dans la case de droite. Comme il n'y a que deux parties de fil qui sortent de la case de droite, le cerf-volant doit s'y trouver.



Cas 3 : Il n'y pas de cerf-volant, mais deux parties de fil qui y entrent depuis la case de gauche. Le cerf-volant doit donc être dans la case de gauche, car les deux parties de fil font partie de la boucle à droite de la prairie.

Dans chacun de ces cas, nous savons dans quelle case se trouve le cerf-volant après avoir examiné la case au milieu du bloc 3.

C'est de l'informatique !

Lors d'un parcours systématique des cases, on fait une *recherche* déterministe : chaque nouvelle information – les observations dans une case examinée – permet de tirer des conclusions sur les cases voisines. La *topologie* du fil joue un rôle important pour tirer ces conclusions : le fil forme des boucles fermées, et chaque zone séparée par deux droites (comme les cases de cet exercice) contient soit un nombre pair de segments, soit le virage à l'extrémité d'une boucle.

Les propriétés topologiques décrivent des structures formées par l'arrangement et la connexion d'éléments – indépendamment des tailles, distances et angles. il ne s'agit donc pas de connaître la longueur ou l'orientation d'un objet, mais de savoir comment les objets sont reliés ensemble et combien il y a de passages ou de chemins.

L'interprétation topologique d'un parcours systématique n'est pas seulement une réflexion intéressante, mais a aussi beaucoup d'applications en informatique :

Par exemple, un réseau routier peut être considéré comme un système de points et de connexions – les rues et les croisements. Une telle structure aide les algorithmes à trouver des chemins, reconnaître des déviations et déterminer l'itinéraire le plus rapide d'un point à un autre.

Un autre exemple est la recherche de problèmes dans les réseaux électriques : les circuits parallèles, boucles ou interruptions montrent souvent où se trouve le problème même sans mesure exacte, simplement en observant la structure logique du réseau.

Mots clés et sites web

- Topologie : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Topologie`
- Algorithme de recherche : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_recherche`

3. Couronne de l'Avent

Il existe une tradition qui consiste à allumer des bougies lors des quatre dimanches de l'Avent : une bougie le premier dimanche, deux bougies le deuxième dimanche, et ainsi de suite.

Chris adore cette tradition. Ses quatre bougies ont la même taille avant d'avoir été allumées. Pour passer un Noël magnifique, Chris aimerait que ses bougies aient aussi toutes la même taille après le dernier dimanche de l'Avent. Pour cela, il devrait allumer chaque bougie le même nombre de fois.

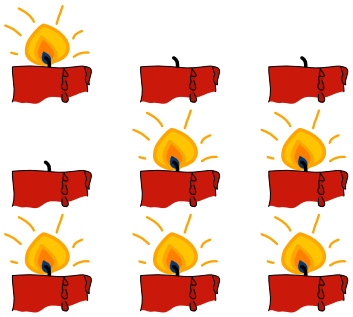
Malheureusement, Chris ne trouve pas comment passer un Noël magnifique.

Si la tradition ne concernait que 3 dimanches (et 3 bougies), ce serait possible : Chris allumerait chaque bougie deux fois.

1er dimanche

2^{e} dimanche

3^{e} dimanche



Ce serait aussi possible avec 5 dimanches (et 5 bougies).

Montre à Chris comment allumer chaque bougie le même nombre de fois.

Nous avons déjà allumé les bougies pour le cinquième dimanche.

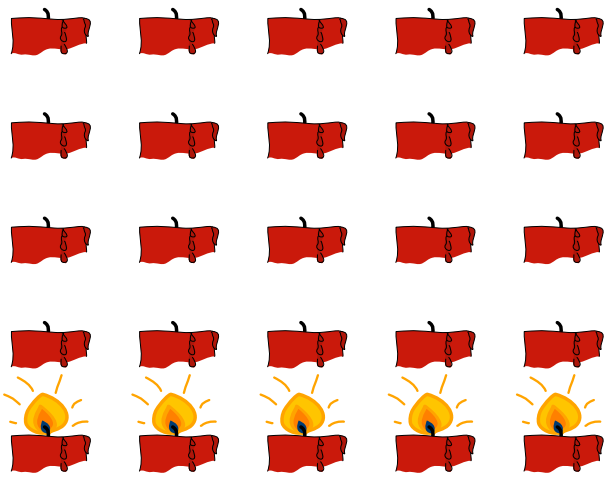
1er dimanche

2^{e} dimanche

3^{e} dimanche

4^{e} dimanche

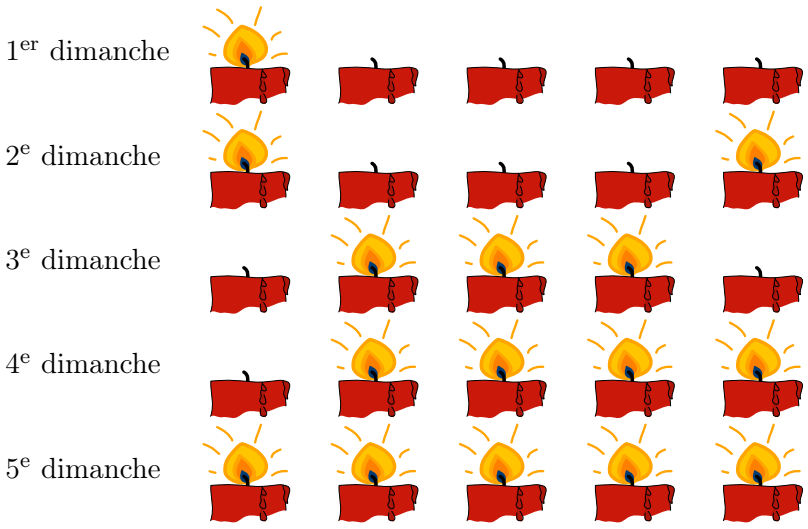
5^{e} dimanche



Solution

Voici une bonne réponse :

Chris peut allumer les bougies comme cela pour qu'elles soient toutes allumées le même nombre de fois :



Il y a beaucoup de bonnes réponses possibles. Dans tous les cas, on peut procéder comme ceci :

1. On regroupe les dimanches par paires de manière à ce que leurs numéros additionnés donnent le nombre total de dimanches ; pour cinq dimanches, ce sont les paires 1 et 4 ainsi que 2 et 3.
2. Pour chacune de ces paires, on allume les bougies de manière à ce que les ensembles de bougies allumées à chacun des deux dimanches soient disjoints – par exemple la bougie 1 pour le premier dimanche et les bougies 2 à 5 pour le quatrième dimanche (si on considère chaque bougie comme un bit avec les valeurs 1 = allumée et 0 = éteinte, les suites de bits pour les deux dimanches d'une paire doivent être complémentaires). Comme cela, chaque bougie est allumée une fois l'un des dimanches de chaque paire.
3. En plus de cela, chaque bougie est allumée encore une fois le cinquième dimanche.

Toutes les bougies sont donc allumées le même nombre de fois.

C'est de l'informatique !

Au premier coup d'œil, cet exercice du castor semble être un problème mathématique. On peut effectivement démontrer que le problème de Chris peut être résolu pour chaque nombre impair de dimanches (on peut constater que la stratégie décrite dans l'explication fonctionne pour tous les nombres impairs).

Cependant, si on veut savoir concrètement comment allumer les bougies, il faut écrire un algorithme qui détermine l'ordre d'allumage des bougies – ou, encore mieux, qui liste toutes les solutions possibles. Cet algorithme est basé sur l'explication de la solution ci-dessus. Si n est le nombre (impair) de dimanches :

1. Allume les n bougies le n-ième dimanche.
2. Pour $i = 1$ jusqu'à $(n-1)/2$:
   a) Le dimanche i, allume les i premières bougies, et les dernières $n-i$ bougie le dimanche $n-i$.

On note que le point 2a de cet algorithme peut être effectué de toutes les manières satisfaisant les conditions décrites dans le point 2 de l'explication ci-dessus.

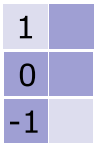
Le développement d'algorithmes pour la résolution de problèmes est l'une des tâches les plus importantes des informaticiens et informaticiennes. Si un algorithme a des bases mathématiques solides, il est plus facile de démontrer qu'il a les propriétés désirées que sans de telles bases. Pour l'algorithme ci-dessus, on peut démontrer qu'il fonctionne pour tous les nombres de dimanches impairs.

Mots clés et sites web

- Algorithme : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme`
- Démonstration : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Démonstration_(logique_et_mathématiques)`

4. Filtre d'image

Les images numériques sont souvent composées de pixels. Sandra crée des *cartes de teinte* pour de telles images pixelisées. Pour cela, elle commence par ajouter aux images un cadre de pixels blancs. Ensuite, elle détermine une valeur de teinte pour chaque pixel de l'image comme suit :

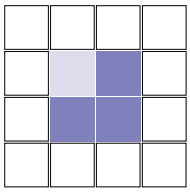


1 si le pixel est plus clair que son voisin de droite ;

0 si le pixel a la même teinte que son voisin de droite ;

-1 si le pixel est plus foncé que son voisin de droite.

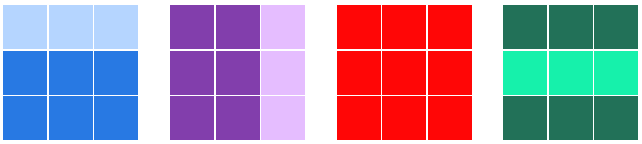
Voici une image composée de 4 pixels (plus le cadre de pixels blancs) et la carte de teinte correspondante.



1	-1
0	-1

Tu vois ci-dessous 4 images de 9 pixels chacune. Trois d'entre elles ont la même carte de teinte.

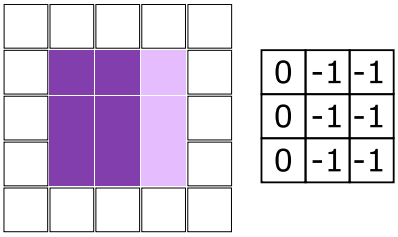
Quelle est l'image qui a une carte de teinte ***différente*** *?*



A) B) C) D)

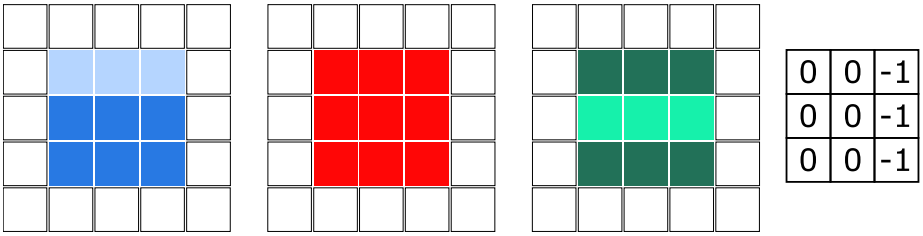
Solution

La bonne réponse est B :



0	-1	-1
0	-1	-1
0	-1	-1

Les trois autres images ont toutes la même carte de teinte :



0	0	-1
0	0	-1
0	0	-1

Pour trouver la bonne réponse, on peut déterminer la carte de teinte de chacune des quatre images et les comparer. On peut aussi observer que les cartes de teinte ne considèrent que la différence de teinte entre les pixels sur la même ligne, donc horizontalement. Comme les trois images A, C et D n'ont pas de différence de teinte sur l'axe horizontal, leur carte de teinte doit être la même.

C'est de l'informatique !

En informatique, les images peuvent être représentées dans plusieurs formats différents. De manière générale, les images sont enregistrées soit sous forme d'*image vectorielle* ou d'*image matricielle*. Ces dernières sont des matrices de *pixels* (de l'anglais « picture element »). Dans le cas le plus simple, chaque pixel peut être noir ou blanc et peut alors être représenté par un seul bit prenant la valeur 0 ou 1. Les pixels de couleur sont représentés par plusieurs valeurs qui quantifient, par exemple, la proportion des couleurs rouge, vert et bleu dans la couleur du pixel en question.

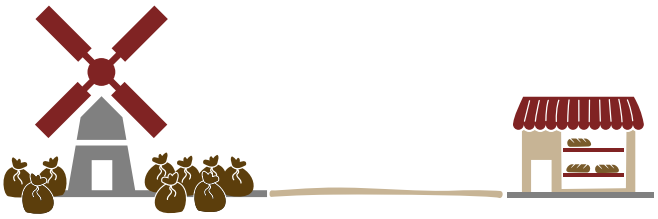
La carte de teinte de cet exercice du castor se rapproche du concept de la *convulotion* d'une image avec un *filtre*. Suivant le filtre utilisé, différentes propriétés de l'image peuvent être mises en évidence par une telle convolution, comme par exemple les angles, les arêtes ou les zones de teinte unie. Cela facilite l'interprétation des informations contenues dans l'image par les ordinateurs.

Les *réseaux neuronaux convolutifs* (CNN) utilisent le concept de convolution pour la reconnaissance des images et font souvent partie des systèmes d'intelligence artificielle. Pour reconnaître des objets complexes dans une image, un CNN apprend à élaborer ses propres filtres avec lesquels traiter l'image. Cela lui permet, par exemple, de différencier des images de chats d'images de chiens ou de détecter des tumeurs en imagerie médicale.

Mots clés et sites web

- Vision par ordinateur : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Vision_par_ordinateur`
- Pixel : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Pixel`
- Convolution : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Produit_de_convolution`
- Filtre : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Noyau_(traitement_d'image)`
- Réseau neuronal convolutif :
  `https://fr.wikipedia.org/wiki/Réseau_neuronal_convolutif`

5. Transport de farine



Albert et Marco travaillent dans une boulangerie. Ils doivent souvent aller chercher de la farine au moulin. Ils ne peuvent pas y aller en même temps, car l'un d'entre eux doit servir les clients dans la boulangerie.

Ils ne transportent pas la même quantité de farine à la même vitesse :

Albert transporte 13 kg de farine en 1 heure.

Marco transporte 5 kg de farine en 30 minutes.

Chacun doit se reposer pendant 30 minutes après 3 transports de farine. Ils peuvent servir des clients en se reposant.

Albert et Marco aimeraient transporter le plus de farine possible en 8 heures. C'est possible dans une seule des conditions suivantes. Laquelle ?

A) Albert doit y aller en premier.
B) Marco doit y aller en premier.
C) Marco doit y aller en dernier.
D) Albert ne doit pas y aller en dernier.
E) Marco doit y aller une seule fois.

Solution

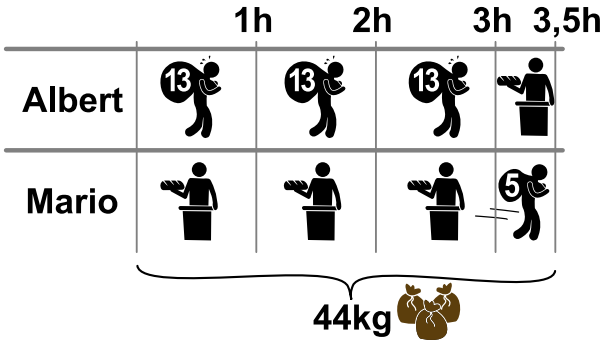
La bonne réponse est A.

Nous savons que :

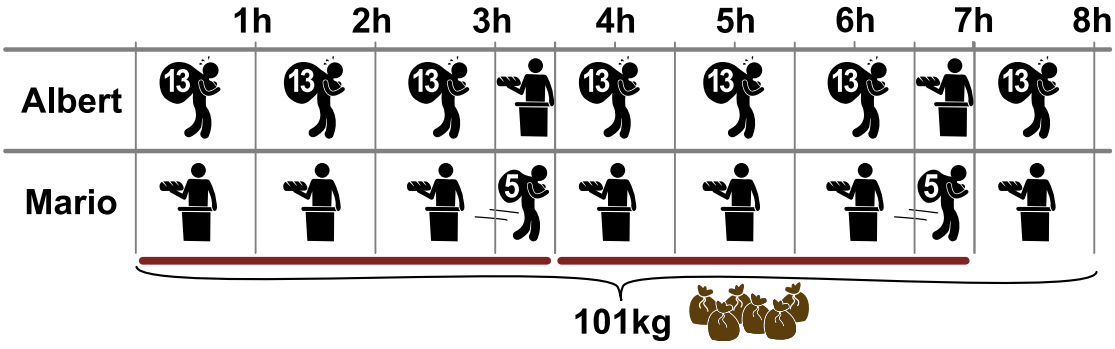
- Albert transporte 13 kg par heure.
- Marco transporte 5 kg en 30 minutes, donc 10 kg par heure.
- L'un des deux doit toujours rester à la boulangerie.
- Chacun ne peut faire que 3 transports avant de devoir rester 30 minutes dans la boulangerie.
- L'autre peut transporter de la farine pendant que l'un est dans la boulangerie.

Albert transporte plus de farine par heure que Marco. Il devrait donc le faire le plus souvent possible.

Marco ne devrait transporter de farine que pendant qu'Albert se repose  après 3 transports. De cette manière, ils peuvent transporter 44 kg de farine en 3,5 heures :



Comme Albert est reposé après les 3,5 heures, ils peuvent répéter ce motif (A, A, A, M en bref) et transporter 88 kg de farine en 7 heures, puis Albert peut faire encore un transport. Ils transportent donc au maximum 101 kg de farine si Albert y va en premier.



Réponse B : Si Marco y va en premier, ils peuvent aussi transporter 44 kg durant les premières 3,5 heures, mais en suivant le motif M, A, A, A. Il reste encore 1 heure après une répétition de ce motif et 88 kg de farine. Comme Albert doit se reposer, c'est Marco qui doit y aller deux fois pendant cette heure et transporter 10 kg de farine. Ils ne peuvent donc transporter que $44 + 44 + 10 = 98$ kg de farine dans cette condition.

Réponses C et D : Si Marco y va en dernier, Albert ne peut pas y aller en dernier. Les réponses C et D sont donc équivalentes. Dans ces conditions, ils pourraient également transporter 88 kg de farine pendant les premières 7 heures, mais seulement 10 kg pendant la dernière heure, donc 44 + 44 + 10 = 98 kg au maximum.

Réponse E : Si Marco n'y va qu'une seule fois, ils peuvent aussi transporter 44 kg de farine pendant les premières 3,5 heures. Par contre, pendant les 3,5 heures suivantes, Albert doit se reposer 30 minutes, et comme Marco n'y retourne pas, ils ne transportent que 39 kg de farine. Après cela, Albert peut y retourner, ce qui fait qu'ils transportent 44 + 39 + 13 = 96 kg de farine dans cette condition.

C'est de l'informatique !

Si Albert et Marco veulent transporter le plus de farine possible pendant une certaine durée, ils doivent résoudre un problème d'ordonnancement et d'optimisation :

- Ils doivent planifier leurs trajets en respectant des contraintes (charge maximale et temps de repos).
- Ils veulent maximiser la quantité de farine transportée.

Les problèmes d'*ordonnancement* et d'*optimisation* sont fréquents dans la vie quotidienne. Leur aspect le plus important est l'*efficacité* : cela signifie simplement de faire le plus possible dans certaines conditions. Dans les usines, il faut produire le plus possible avec les personnes et machines disponibles ; dans les aéroports, le plus de passagers possibles doivent être servis aux guichets et portes, et ainsi de suite. Dès que les problèmes d'ordonnancement et d'optimisation deviennent plus complexes, des méthodes informatiques peuvent aider à les résoudre. De tels problèmes dans lesquels des conditions doivent être respectées sont aussi présents en informatique, car les processeurs doivent eux aussi être efficaces. Voici deux exemples : lors de l'exécution d'instructions, il faut prendre en considération que chaque unité logique ne peut effectuer qu'une instruction à la fois. Les instructions qui doivent lire des données de la mémoire doivent attendre l'entrée de ces données et ont ensuite un « temps de repos » – comme Albert et Marco dans cet exercice du castor.

Mots clés et sites web

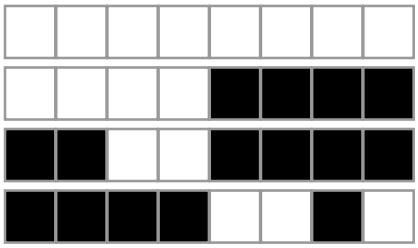
- Optimisation : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_(mathématiques)`
- Ordonnancement : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorie_de_l'ordonnancement`
- Ordonnancement en informatique : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Ordonnancement_(informatique)`

6. Noir et blanc

Sarah aimerait représenter des suites de carrés noirs et blancs avec des lettres. Pour cela, elle applique l'algorithme suivant à une suite de lettres :

- Si tous les carrés de la suite sont blancs, écris `B`.
- Si tous les carrés de la suite sont noirs, écris `N`.
- Si la suite contient des carrés noirs et des carrés blancs, écris `x` et :
  - applique l'algorithme à la moitié gauche de la suite, puis
  - applique l'algorithme à la moitié droite de la suite.

Voici les représentations données par l'algorithme pour quelques suites de carrés :



`B`

`xBN`

`xxNBN`

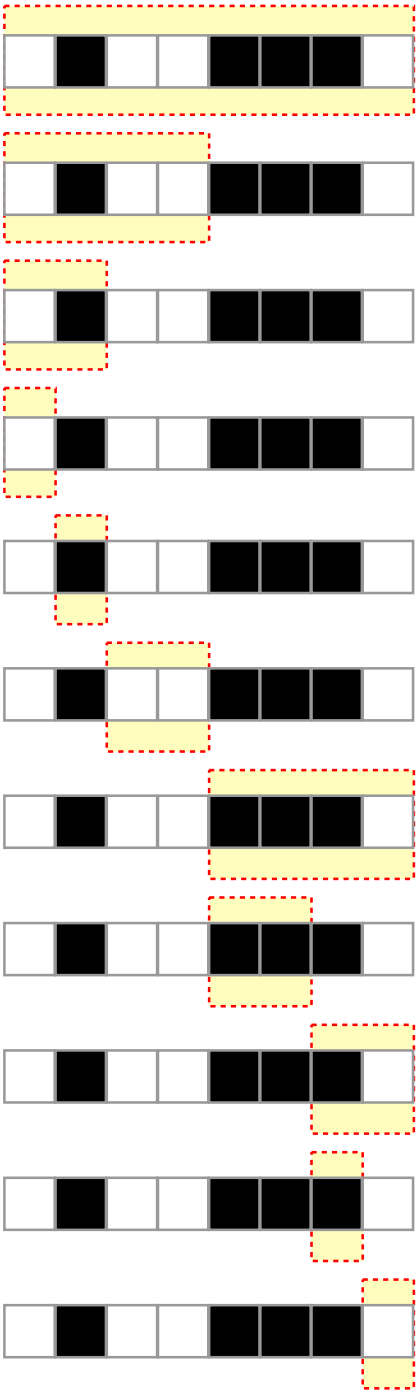
`xNxBxNB`

Quelle est la représentation donnée par l'algorithme de Sarah pour la suite de carrés suivante ?

Solution

Voici la bonne réponse : `xxxBNBxNxNB`.

Nous appliquons l'algorithme à la suite de carrés et déterminons la réponse pas à pas. La suite de carrés traitée par l'algorithme à chaque pas est encadrée en jaune sur les images ci-dessous.



`x` - La suite contient des carrés noirs et des carrés blancs. L'algorithme écrit `x` et s'applique lui-même à la moitié de gauche de la suite.

`xx` - La suite contient des carrés noirs et des carrés blancs. L'algorithme écrit `x` et s'applique lui-même à la moitié de gauche de la suite.

`xxx` - La suite contient des carrés noirs et des carrés blancs. L'algorithme écrit `x` et s'applique lui-même à la moitié de gauche de la suite.

`xxxB` – Tous les carrés de la suite sont blancs. L'algorithme écrit `B` et a fini de traiter cette suite. Il traite maintenant la partie droite de la suite précédente.

`xxxBN` - Tous les carrés de la suite sont noirs. L'algorithme écrit `N` et a fini de traiter cette suite. Il traite maintenant la partie droite de la suite précédente.

`xxxBNB` - Tous les carrés de la suite sont blancs. L'algorithme écrit `B` et a fini de traiter la moitié gauche de la suite complète. Il traite maintenant la moitié droite.

`xxxBNBx` - La suite contient des carrés noirs et des carrés blancs. L'algorithme écrit `x` et s'applique lui-même à la moitié de gauche de la suite.

`xxxBNBxN` - Tous les carrés de la suite sont noirs. L'algorithme écrit `N` et a fini de traiter cette suite. Il traite maintenant la partie droite de la suite précédente.

`xxxBNBxNx` - La suite contient des carrés noirs et des carrés blancs. L'algorithme écrit `x` et s'applique maintenant lui-même à la moitié de gauche de la suite.

`xxxBNBxNxN` - Tous les carrés de la suite sont noirs. L'algorithme écrit `N` et a fini de traiter cette suite. Il traite maintenant la partie droite de la suite précédente.

`xxxBNBxNxNB` - Tous les carrés de la suite sont blancs. L'algorithme écrit `B` et a fini de traiter la moitié droite de la suite complète. Il a terminé.

C'est de l'informatique !

L'algorithme de Sarah a une propriété très particulière : lorsque la suite de carrés contient des carrés noirs et des carrés blancs, il s'applique lui-même à la moitié gauche, puis à la moitié droite de la suite. La tâche consistant à décrire la suite de carrés à l'aide de lettres est ainsi divisée en deux tâches plus petites. Cette méthode est utile lorsque les tâches partielles sont plus faciles à réaliser que la tâche complète. En informatique, cette méthode s'appelle *diviser pour régner* d'après la méthode de gouvernance antique de l'Empire romain « Divide ut imperes ». Lorsqu'une méthode traite les problèmes partiels de la même manière que le problème complet, donc en s'appliquant elle-même aux problèmes partiels et en les divisant à leur tour en problèmes plus petits, on dit qu'elle est *récursive* – comme l'algorithme de Sarah dans cet exercice. La récursivité est très souvent utilisée en informatique, que ce soit pour trier des données, construire des systèmes de fichiers ou beaucoup d'autres tâches.

L'algorithme de Sarah décrit ou *encode* la suite de carrés avec des lettres. Un encodage doit être réversible, il doit donc exister une méthode permettant de convertir la suite de lettres en la suite de carrés originale. C'est possible sans problème si la description en lettres est complétée pour avoir la même longueur que la suite de carrés. Réfléchis à comment le faire ! Peut-être as-tu besoin d'un algorithme récursif ?

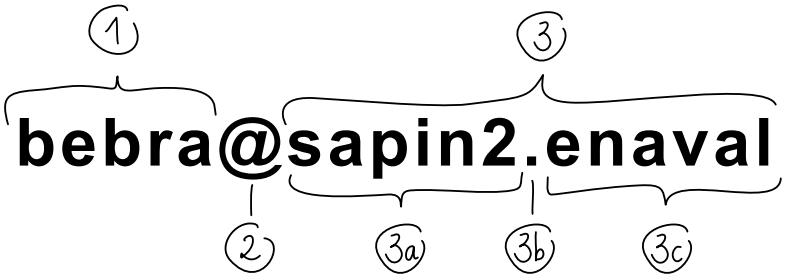
Idéalement, l'encodage fait par l'algorithme de Sarah est beaucoup plus court que la suite de carrés originale. Par exemple, une suite de 1024 carrés blancs est encodée par un unique `B`. L'algorithme de Sarah ne fait donc pas que de l'encodage, mais aussi de la *compression de données* (une représentation des données permettant d'économiser de la place) en suivant un principe similaire à ceux utilisés pour la compression des images comme le JPEG.

Mots clés et sites web

- Diviser pour régner : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Diviser_pour_régner_(informatique)`
- Récursivité : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Récursivité`
- Compression de données : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Compression_de_données`
- Quadtree : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Quadtree`

7. Adresses e-mail

Les castors du service informatique ont besoin d'un système qui reconnaît si une suite de caractères est une adresse e-mail castor. Une adresse e-mail castor est faite de trois éléments :



		Nom	Explication	Valeurs possibles
1		**Identifiant**	N'importe quelle suite de caractères non vide avec des lettres minuscules et/ou des chiffres	0–9, a-z
2		**Arobase**		@
3		**Nom du serveur**		
	3a	**Nom de domaine**	N'importe quelle suite de caractères non vide avec des lettres minuscules et/ou des chiffres	0–9, a-z
	3b	**Point**		.
	3c	**Nom de domaine de premier niveau**	N'importe quelle suite de caractères non vide avec des lettres minuscules et/ou des chiffres	0–9, a-z

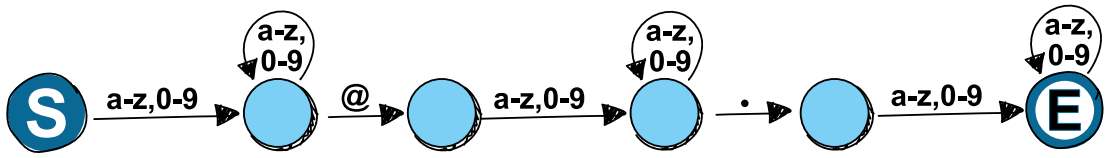
Une suite «non vide» est composée d'au moins un caractère. «bebra@sapin2.enaval» est un exemple d'adresse e-mail castor.

Les castors du service informatique développent quatre systèmes et les représentent à l'aide de diagrammes composés de cercles et de flèches. Chaque cercle représente un état dans lequel le système peut être. Chaque flèche représente le changement à l'état suivant, état qui peut être le même que le précédent. L'annotation de la flèche nous dit à quel caractère ce changement d'état correspond.

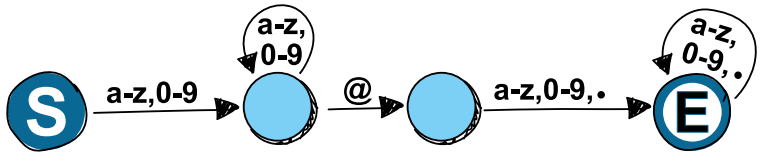
Chaque système examine une suite de caractères un caractère après l'autre, de gauche à droite et se trouve dans l'état S au départ. L'état suivant dépend du caractère actuellement examiné : le système suit la flèche de changement qui correspond au caractère courant. Si le système se trouve dans l'état E à la fin de la suite de caractère, celle-ci a été reconnue comme adresse e-mail castor.

Seul un de ces systèmes identifie correctement toutes les adresses e-mail castor. Lequel ?

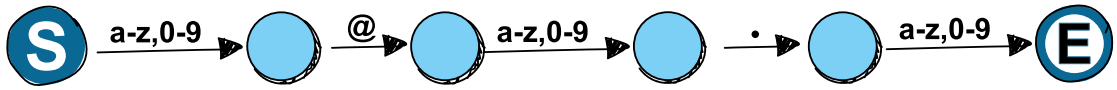
A)



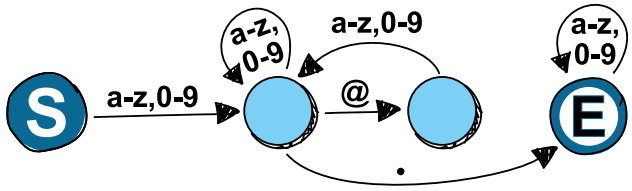
B)



C)



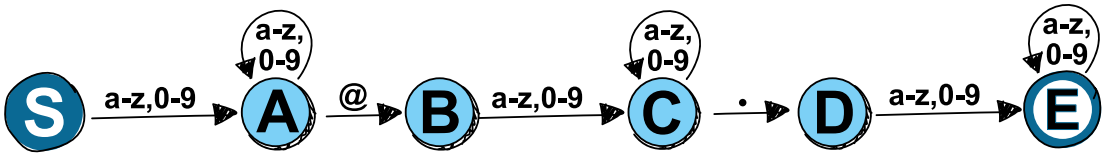
D)



Solution

La bonne réponse est A.

Pour l'explication, nous attribuons une lettre à chaque état :



Le changement (appelé « transition » en informatique) de S à A reconnaît une lettre minuscule ou un chiffre, ce qui fait que l'identifiant ne peut pas être vide. La transition de A à A se fait avec n'importe quelle lettre minuscule ou chiffre. La transition de A à B reconnaît l'arobase (@). La transition de B à C reconnaît une lettre minuscule ou un chiffre, ce qui fait que le nom de domaine ne peut pas être vide. La transition de C à C se fait avec n'importe quelle lettre minuscule ou chiffre. La transition de D à D reconnaît un point. La transition de D à E reconnaît une lettre minuscule ou un chiffre, ce qui fait que le nom de domaine de premier niveau ne peut pas être vide. La transition de E à E se fait avec n'importe quelle lettre minuscule ou chiffre. Mis ensemble, cela correspond exactement à la définition de l'adresse e-mail castor de la donnée de l'exercice.

La réponse B est fausse. Ce système reconnait aussi « castor@internet » ou « castor@.internet.com » par exemple, mais ce ne sont pas des adresses e-mail castor.

La réponse C est également fausse. Ce système ne reconnait que les adresses e-mail dont l'identifiant, de domaine et de domaine de premier niveau ne comportent qu'un seul caractère chacun.

La réponse D est également fausse. Ce système reconnait « castor@hutte@enamont. », par exemple, et ce n'est pas une adresse e-mail castor.

C'est de l'informatique !

Les systèmes utilisés dans cet exercice sont des *automates finis*, plus précisément des *reconnaisseurs*. Ils sont constitués d'un ensemble d'états, l'un d'eux étant l'*état initial* et d'autres les *états finaux*. Lorsque l'automate se trouve dans un état final à la fin de la suite de caractère, le mot examiné est reconnu. L'automate détermine l'état suivant à l'aide de transitions qui dépendent de l'état courant.

Pour chaque automate fini existe une *grammaire régulière* permettant de générer exactement tous les mots reconnus par l'automate (le *langage régulier*) correspondant. Des analogies entre grammaires et langages existent aussi pour d'autres reconnaisseurs ; elles sont classifiées dans la *hiérarchie de Chomsky* pour les *langages formels*.

De plus, les langages reconnus par les automates finis peuvent être décrits à l'aide d'*expressions régulières*. L'expression régulière des adresses e-mail castor définies dans cet exercice est :

```
[a-z0-9]+@[a-z0-9]+.[a-z0-9]+
```

Les automates finis et les expressions régulières ont beaucoup d'applications dans la vérification de suites de caractères : est-ce une adresse e-mail ou de site internet correctement formulée ? Le mot de passe contient-il les caractères nécessaires ? Grâce à leur structure simple, ils sont aussi souvent utilisés dans les systèmes intégrés devant utiliser peu d'électricité, par exemple ceux alimentés par une seule batterie et devant durer plusieurs années.

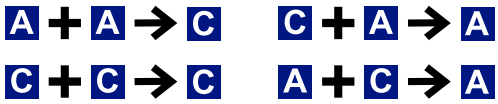
Mots clés et sites web

- Automate fini : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate_fini`
- Grammaire régulière : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Grammaire_régulière`
- Langage régulier : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Langage_rationnel`
- Expression régulière : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Expression_régulière`
- Hiérarchie de Chomsky : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Hiérarchie_de_Chomsky`

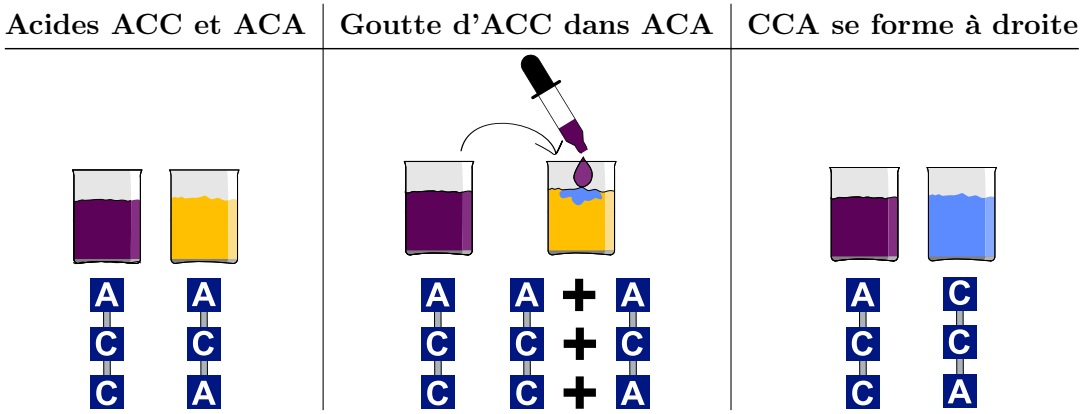
8. Acide castorique

Les acides castoriques sont des substances chimiques spéciales : leurs molécules sont faites de suites de trois éléments qui peuvent chacun être de type A ou C. Cette suite est utilisée pour nommer la molécule d'acide castorique, par exemple ACA.

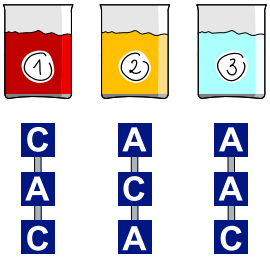
Lorsqu'un acide castorique est ajouté à un autre, un nouvel acide castorique se forme. Les éléments des deux acides de départ forment le nouvel acide d'après les règles suivantes :



Voici un exemple : si on ajoute une goutte d'ACC à de l'ACA, on obtient du CCA :

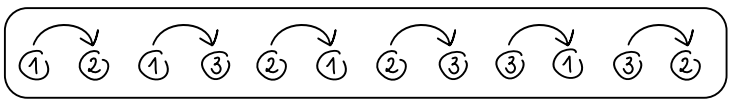


Au laboratoire, il y a trois récipients, 1, 2 et 3, contenant les acides castoriques CAC, ACA et AAC :



Une telle instruction te permet spécifier qu'une goutte de l'acide castorique d'un récipient (par exemple le récipient 2) doit être ajoutée à l'acide castorique d'un autre récipient (par exemple le récipient 3).

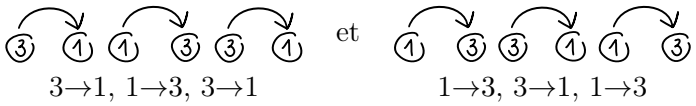
Il y a 6 instructions ci-dessous. Utilises-en le moins possible pour échanger les acides castoriques des récipients 1 et 3 : à la fin, AAC doit être dans le récipient 1, ACA rester dans le récipient 2 et CAC être dans le récipient 3.



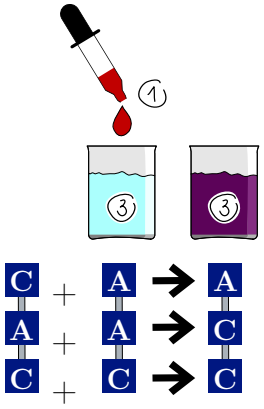
Solution

Voici la bonne réponse :

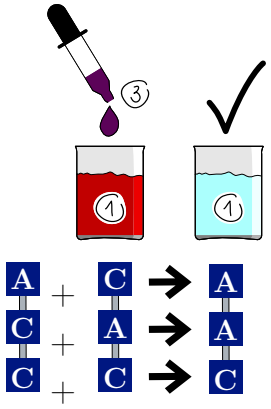
Les acides castoriques dans les récipients 1 et 3 peuvent être échangés avec trois instructions. Il a deux bonnes réponses :



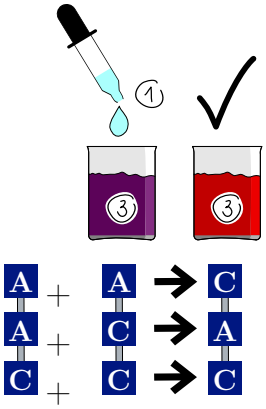
Nous illustrons la première réponse, 1→3, 3→1, 1→3. Au départ, les acides dans les récipients sont : 1 : CAC, 2 : ACA et 3 : AAC.



1→3 : CAC + AAC → ACC se forme dans le récipient 3. Les acides dans les récipients sont maintenant : 1 : CAC, 2 : ACA et 3 : ACC.



3→1 : ACC + CAC → AAC se forme dans le récipient 1. Les acides dans les récipients sont maintenant : 1 : AAC, 2 : ACA et 3 : ACC.



1→3 : AAC + ACC → CAC se forme dans le récipient 3. Les acides dans les récipients sont maintenant : 1 : AAC, 2 : ACA et 3 : CAC. C'est l'ordre dans lequel nous voulions mettre les acides.

Nous allons maintenant démontrer qu'il n'est pas possible d'échanger les acides dans les récipients 1 et 3 avec moins de trois instructions. On voit tout de suite qu'une seule instruction ne peut pas suffire : on doit modifier deux acides, et chaque instruction n'en modifie qu'un.

Pour que deux instructions suffisent, il faudrait qu'une instruction forme l'acide AAC dans le récipient 1 et l'autre l'acide CAC dans le récipient 3.

Commençons par essayer de former AAC dans le récipient 1 en premier. Les deux instructions possibles ont les résultats suivants :

- 2 → 1 : ACA + CAC → AAA
- 3 → 1 : AAC + CAC → ACC

Ce n'est donc pas possible d'obtenir l'acide AAC dans le récipient 1 avec une seule instruction. Comme la deuxième instruction ne peut pas modifier deux acides, deux instructions ne suffisent pas dans ce cas.

Essayons maintenant de former CAC dans le récipient 3 en premier. Les deux instructions possibles ont les résultats suivants :

- 1 → 3 : CAC + AAC → ACC
- 2 → 3 : ACA + AAC → CAA

Ce n'est donc pas possible d'obtenir l'acide CAC dans le récipient 3 avec une seule instruction. Deux instructions ne suffisent pas dans ce cas non plus. Il faut donc au moins trois instructions.

C'est de l'informatique !

Les règles d'après lesquelles les éléments A et C forment l'élément de la nouvelle molécule correspondent à l'opération logique *OU exclusif* (*XOR*). On peut le constater en remplaçant A et C par les valeurs « vrai » et « faux », respectivement : XOR retourne la valeur « vrai » seulement lorsque ses deux entrées sont différentes.

XOR joue un rôle important en informatique : les propriétés permutatives de cette opération permettent de l'utiliser pour échanger les valeurs de deux variables sans devoir utiliser de troisième variable temporaire – comme avec les récipients de cet exercice.

XOR joue aussi un rôle important en *cryptographie*. Imagine que tu as un message représenté en code binaire. Tu peux le chiffrer en le couplant à une clé de la même longueur avec l'opérateur XOR. Par exemple, 01011 (message) XOR 11001 (clé) = 10010 (message chiffré). On peut retrouver le message original en couplant le message chiffré à la clé avec XOR : 10010 (message chiffré) XOR 11001 (clé) = 01011 (message). Sans clé, le message reste par contre complètement caché, comme chaque bit du message chiffré peut venir soit d'un 1, soit d'un 0 dans le message original. Le chiffrement de flux, utilisé en téléphonie mobile, utilise l'opérateur XOR.

Mots clés et sites web

- XOR : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_OU_exclusif`
- Algorithme de permutation avec XOR : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Permutation_(informatique)#En_utilisant_l.27op.C3.A9ration_XOR`
- Chiffrement de flux : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffrement_de_flux`

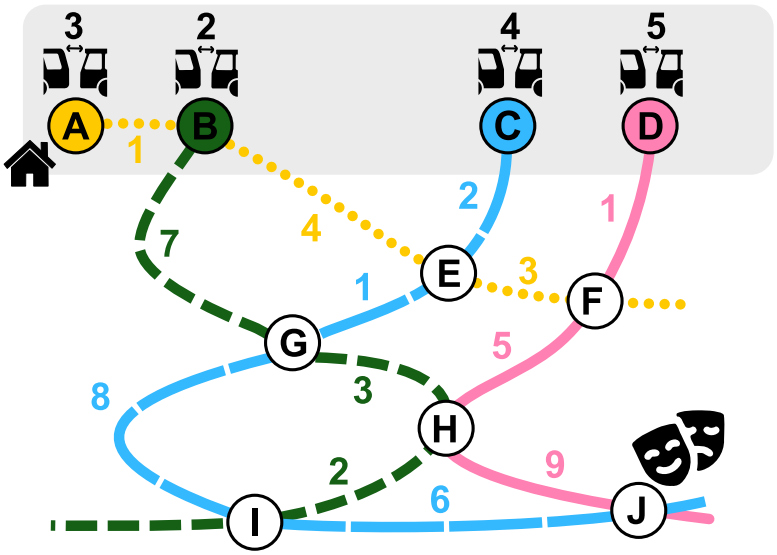
9. Transports publics

Il y a 4 lignes de bus dans la ville de Marcus. Elles partent des arrêts A, B, C et D, respectivement. Tu peux voir leur itinéraire sur le plan ci-dessous.

Les premiers bus de chaque ligne partent tous au même moment des arrêts de départ (A, B, C, D) : c'est la minute 0. Ensuite, les bus partent aux intervalles indiqués 3 2 4 5. Par exemple, un bus part toutes les 3 minutes de l'arrêt A, donc aux minutes 0, 3, 6, 9, etc.

Chaque tronçon d'itinéraire entre deux arrêts indique le nombre de minutes nécessaire à parcourir le tronçon. Par exemple, le premier bus partant de l'arrêt A atteint l'arrêt F à la minute $0 + 1 + 4 + 3 = 8$.

Marcus habite la maison près de l'arrêt A. Depuis là, il aimerait prendre le premier bus pour aller jusqu'au théâtre. Il peut changer de bus en 0 minute aux arrêts auxquels deux lignes se croisent. Il peut donc continuer sa route avec n'importe quel bus qui arrive en même temps ou plus tard que lui au même arrêt. Marcus sait quelles lignes prendre et où changer pour arriver au théâtre le plus tôt possible.



Quels arrêts se trouvent sur la route de Marcus ?

Solution

Voici la bonne réponse :

La route de Marcus passe par les arrêts A, B, E, G, H et J. Il peut arriver au théâtre au plus tôt à la minute 20.

Comment trouver ce temps minimum et la route qui va avec ? Le temps le plus court dont Marcus a besoin pour arriver à l'arrêt J (et donc au théâtre) est le minimum entre :

- le temps le plus court pour atteindre l'arrêt H, plus le temps d'attente du bus venant de D, plus 9 minutes, et
- le temps le plus court pour atteindre l'arrêt I, plus le temps d'attente du bus venant de C, plus 6 minutes.

On pourrait maintenant déterminer ces deux temps minimums en revenant en arrière vers les stations précédentes. Alternativement, on peut calculer le temps minimum pour toutes les stations atteignables depuis la station A de Marcus en se souvenant du temps minimum pour l'arrêt précédent. On connaît à la fin ainsi le temps minimum pour atteindre le théâtre et les arrêts se trouvant sur ce chemin optimal.

- Arrêt **A** : Marcus atteint A à la minute **0**.
- Arrêt **B** : Marcus atteint B à la **minute 1**, **depuis A**.
- Les arrêts C und D ne se trouvent sur aucune route que Marcus pourrait raisonnablement prendre.
- Arrêt **E** : Marcus atteint E seulement **depuis B**, sans attente à B, à la **minute 5**.
- Arrêt **F** : Marcus atteint F (sans détour) seulement **depuis E**, sans attente à E, à la **minute 8**.
- Arrêt **G** : Marcus peut atteindre G par deux chemins, en venant de B ou de E. (1) Marcus est à B à la minute 1, peut en partir à la minute 2 et arrive à G à la minute 9. (2) Marcus est à E à la minute 5, en part à la minute 6 (le bus venant de C part de E aux minutes 2, 6, 10, etc.) et arrive à G à la minute 7. Le temps minimum est donc **7, depuis E**.
- Arrêt **H** : Marcus peut atteindre H en venant de F ou de G. (1) Marcus est à F à la minute 8, peut en partir à la minute 11 (le bus venant de D part de F aux minutes 6, 11, 16, etc.) et arrive à H à la minute 16. (2) Marcus est à G à la minute 7, en part directement (le bus venant de B part de G aux minutes 7, 9, 11, etc.) et arrive à H à la minute 10. Le temps minimum est donc **10, depuis G**.
- Arrêt **I** : Marcus peut atteindre I en venant de H ou de G. (1) Marcus est à H à la minute 10, peut en partir directement (le bus venant de B part de H aux minutes 10, 12, 14, etc.) et arrive à I à la minute 12. (2) Marcus est à G à la minute 7, en part directement (le bus venant de C part de G aux minutes 3, 7, 11, etc.) et arrive à I à la minute 15. Le temps minimum est donc **12, depuis H**.
- Arrêt **J / Théâtre** : Marcus peut atteindre J en venant de H ou de I. (1) Marcus est à H à la minute 10, peut en partir à la minute 11 (le bus venant de D part de H aux minutes 6, 11, 16, etc.) et arrive à J à la minute 20. (2) Marcus est à I à la minute 12, en part à la minute 15 (le

bus venant de C part de I aux minutes 11, 15, 19, etc.) et arrive à J à la minute 21. Le temps minimum est donc **20, depuis H**.

Comme nous nous sommes souvenus depuis où Marcus a atteint chaque arrêt le plus rapidement, nous pouvons parcourir sa route en arrière : J ← H ← G ← E ← B ← A.

C'est de l'informatique !

L'une des idées pour déterminer la bonne réponse de cet exercice du castor était de séparer le problème principal (arriver le plus tôt possible à J) en deux problèmes plus petits (arriver le plus tôt possible à I et à H). Nous aurions pu utiliser cette méthode pour les autres arrêts : pour arriver le plus tôt à I, il faut choisir le chemin le plus court en venant soit de G, soit de H, et ainsi de suite. Cette stratégie consistant à utiliser une fonction pour la calculer elle-même s'appelle *récursivité* en informatique.

Dans l'explication ci-dessus, nous n'avons pas utilisé la récursivité, mais nous avons calculé les résultats de la fonction en commençant par le cas le plus simple et en recommençant pour chaque étape (*itérativement*). Ainsi, nous n'avons pas seulement reporté le calcul pour J sur les calculs pour I et H, mais utilisé les résultats connus pour I et H pour calculer le résultat de J.

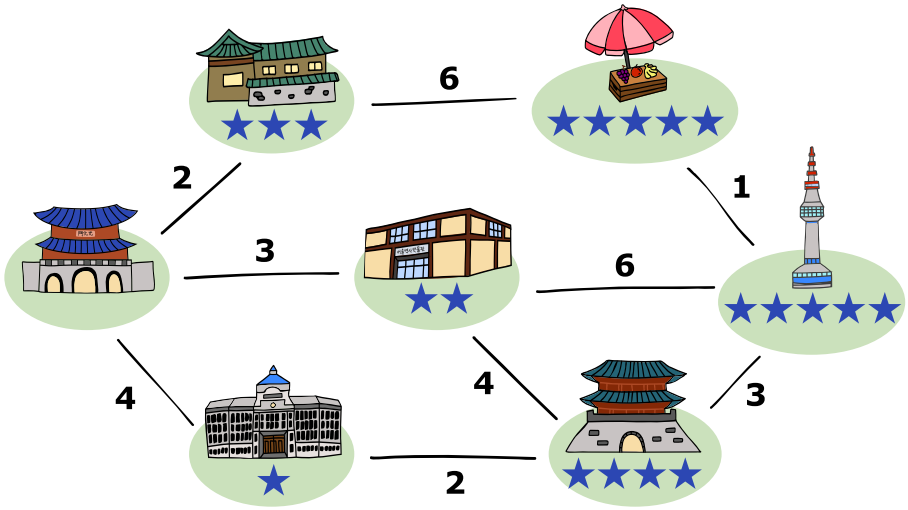
Cette stratégie est appelée *programmation dynamique* en informatique. On peut l'utiliser pour résoudre des problèmes d'optimisation comme la recherche de l'heure d'arrivée au théâtre pour Marcus dans cet exercice. La programmation dynamique fonctionne lorsque le principe d'optimalité de Bellmann est satisfait, c'est-à-dire lorsque la solution optimale d'un problème est faite des solutions optimales des sous-problèmes qui le composent. Cette stratégie fonctionne alors généralement bien, parce qu'il suffit de calculer la solution de chaque sous-problème une seule fois en procédant itérativement.

Mots clés et sites web

- Programmation dynamique : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Programmation_dynamique`
- Récursivité : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Récursivité`
- Itération : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Itération`

10. Visite de Séoul

À Séoul, en Corée, il y a des bus qui relient les sites importants pour les touristes. L'image montre les sites les plus importants de Séoul. Plus un site est apprécié, plus il a d'étoiles. Les lignes montrent les connexions par bus. La longueur de chaque ligne en kilomètres est notée à côté de la ligne.



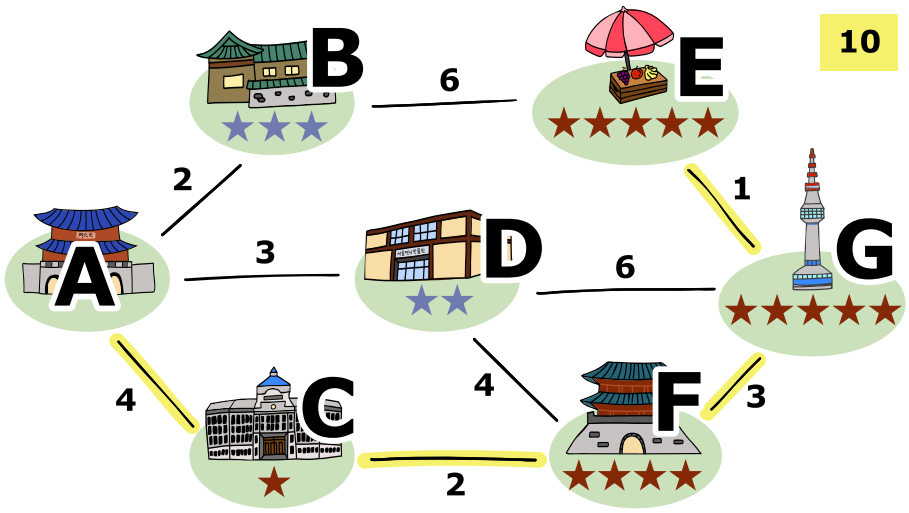
Lotte commence par visiter le palais  . Depuis là, elle aimerait aller visiter d'autres sites en bus. Elle a un billet avec lequel elle peut rouler au maximum 10 kilomètres. Elle aimerait l'utiliser pour visiter des sites avec le plus grand nombre d'étoiles possible au total. Elle ne visite un endroit qu'une seule fois et ne doit pas revenir au palais.

Quelles connexions Lotte doit-elle emprunter pour récolter le plus grand nombre d'étoiles ?

Solution

Pour Lotte, nous voulons trouver un itinéraire de bus qui parte du palais, fasse au maximum 10 kilomètres et passe par les sites ayant le plus d'étoiles possible. Pour déterminer le meilleur itinéraire, nous devons prendre la distance des sites au palais et leur nombre d'étoiles en considération.

Nous commençons par assigner les lettres A à G aux sites.



Nous pouvons maintenant décrire un arrêt sur un site par :

- la lettre du site,
- la distance totale du site au départ (A) et
- le nombre total d'étoiles récoltées sur le chemin jusqu'à ce site.

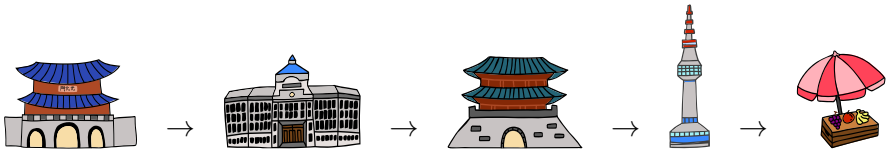
Nous appelons un itinéraire *valide* s'il fait 10 km au maximum. Un itinéraire valide serait par exemple :

- de A à B : B est à 2 km de A et a 3 étoiles ; cet arrêt peut être décrit par B(2,3) ;
- de B à E : la distance augmente de 6 km pour atteindre 8 km en tout, et le nombre d'étoiles augmente de 5 pour atteindre 8. L'arrêt est donc décrit par E(8,8) ;
- et finalement de E à G : on ajoute 1 km et 5 étoiles, et cet arrêt est décrit par G(9, 13).

Voici toutes les routes valides :

```
A → B(2,3) → E(8,8) → G(9,13)
A → D(3,2) → G(9,7) → E(10,12)
A → D(3,2) → F(7,6) → G(10,11)
A → D(3,2) → F(7,6) → C(9,7)
A → C(4,1) → F(6,5) → D(10,7)
A → C(4,1) → F(6,5) → G(9,10) → E(10,15)
```

La dernière route valide est la meilleure, car son dernier arrêt E(10,15) a le plus grand nombre d'étoiles. Lotte doit donc suivre l'itinéraire suivant avec son ticket de métro pour récolter le maximum d'étoiles :



C'est de l'informatique !

Le but de Lotte dans cet exercice du castor est de récolter le plus d'étoiles possible le long de son chemin. Elle cherche donc à *optimiser* une valeur – le nombre d'étoiles – en trouvant le plus grand nombre possible. Lotte a donc un *problème d'optimisation*. La solution de son problème est contrainte par son ticket de bus qui limite la longueur de son chemin.

En informatique, il existe de nombreuses méthodes pour résoudre les problèmes d'optimisation, qu'ils soient avec ou sans contraintes. Des outils informatiques sont donc souvent utilisés pour résoudre ce type de problèmes. Les systèmes de navigation sont utiles pour déterminer des itinéraires optimaux, et ils permettent souvent aux utilisateurs de changer la valeur à optimiser : l'itinéraire doit-il être le plus court possible ou consommer le moins d'énergie ? Des contraintes peuvent aussi être spécifiées, par exemple, on peut éviter les autoroutes, les routes à péages ou les ferrys.

Les méthodes informatiques pour trouver des itinéraires utilisent des structures de données qui peuvent être représentées de manière semblable au réseau de bus de cet exercice : des *graphes*. Ceux-ci sont composés d'un ensemble de *nœuds* et d'un ensemble de paires de nœuds, les *arêtes*. Les graphes permettent de modéliser les relations entre des objets ; par exemple les lignes de transports entre des endroits. Les distances peuvent être associées aux arêtes en tant que *poids*. En informatique, il existe beaucoup de méthodes pour résoudre les problèmes dont les données sont sous forme de graphe – par exemple le *parcours en profondeur* avec lequel nous avons résolu le problème de Lotte.

Mots clés et sites web

- Optimisation : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_(mathématiques)`
- Théorie des graphes : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorie_des_graphes`
- Parcours en profondeur : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_parcours_en_profondeur`

11. Lacs de montagne

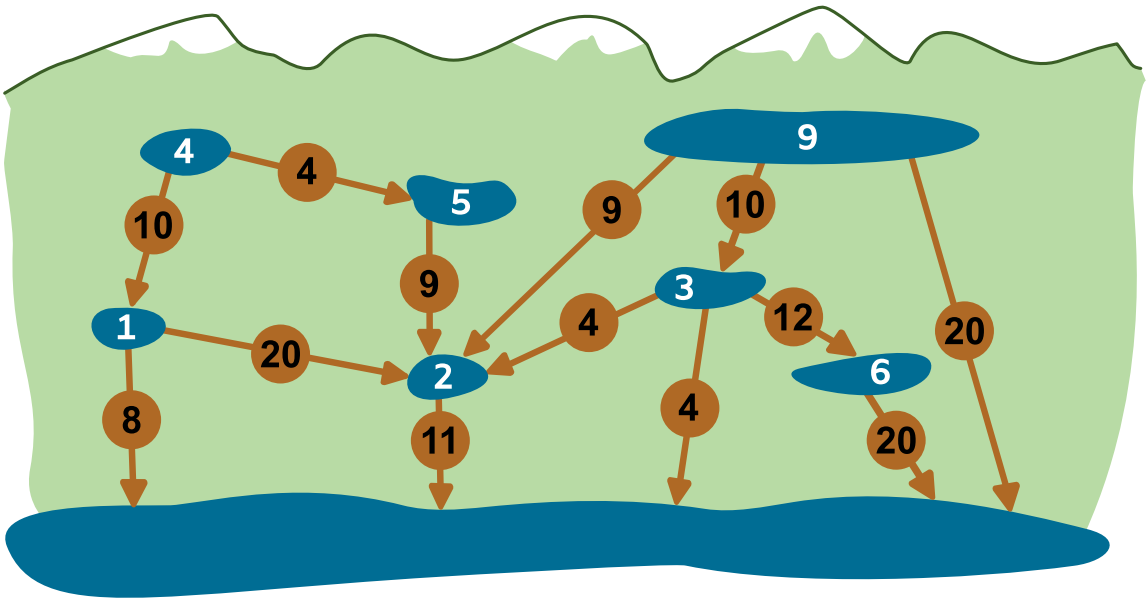
Dans la montagne au-dessus du réservoir du barrage, il y a plusieurs petits lacs naturels. Ils pourraient déborder s'il pleut beaucoup, ce qui est dangereux. C'est pour cela que des canaux doivent être construits entre certains lacs. Ces canaux doivent amener toute l'eau des lacs en trop dans le réservoir du barrage. Leur construction doit coûter le moins cher possible.

Chaque lac de montagne a un nombre qui indique combien d'eau en surplus doit en être déviée.

Une flèche dénote chaque endroit auquel un canal peut être construit. Elle montre la direction de l'eau, et le nombre indique la capacité du canal (donc combien d'eau il peut transporter) ainsi que son prix.

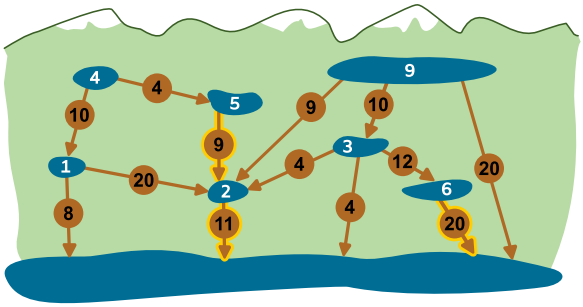
Fais attention : lorsqu'un canal transporte l'eau d'un lac de montagne à un autre, l'eau en trop des deux lacs s'accumule dans le deuxième lac.

Où faut-il construire des canaux ?

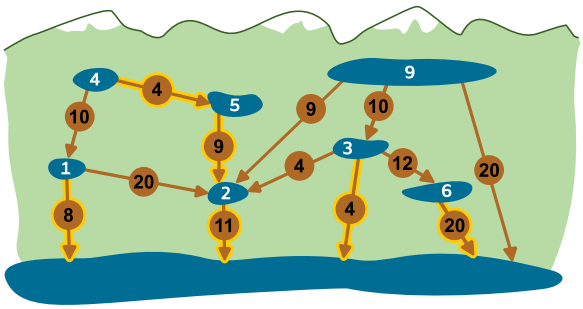


Solution

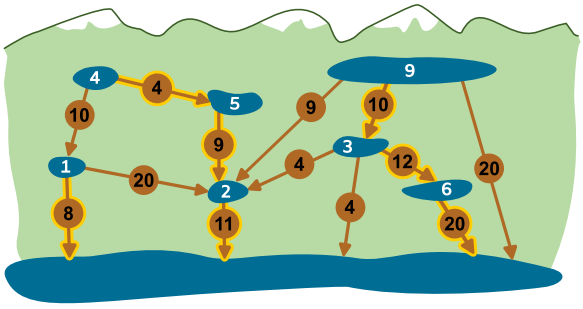
Voici la bonne réponse :



Pour certains lacs, il n'y a qu'un seul endroit auquel un canal peut être construit. Il s'agit des lacs avec la quantité d'eau en trop 2 en bas au centre (le lac 2 en bref), 5 et 6. Un canal *doit* donc être construit à ces endroits. Ces canaux ont une capacité assez grande pour ces trois lacs, même si l'on prend en compte que l'eau en trop du lac 5 doit aussi être déviée par le lac 2 et qu'un surplus de 7 doit donc être dévié. La construction de ces canaux coûte 11 + 9 + 20 = 40.



Les lacs 1 et 4 ont deux endroits de construction possible chacun. (a) Si le canal de 4 à 5 est construit, le canal du lac 2 vers le grand lac doit pouvoir contenir 4 + 5 + 2 = 11 de surplus d'eau. Il est alors plein, ce qui signifie que l'eau du lac 1 ne peut pas être déviée dans le lac 2, mais doit être déviée dans le lac du barrage. Le coût total est 4 + 8 = 12. (b) L'autre possibilité est de construire un canal entre les lacs 4 et 1. Si l'on construit ensuite le canal du lac 1 au lac 2, il y aurait 4 + 1 + 7 = 12 de surplus dans le lac 2, ce qui est plus que la capacité du canal du lac 2 vers le lac du barrage. Dans ce cas, il faut donc construire le canal du lac 1 directement vers le lac du barrage. Le coût total est 10 + 8 = 18, donc plus que l'alternative.



Il reste les lacs 3 et 9. (a) Le lac 9 ne peut pas être dévié dans le lac 2, parce que cela dépasserait la capacité du canal du lac 2 vers le lac du barrage (même sans le canal du lac 4 au lac 5). (b) Si le lac 9 est dévié directement dans le lac du barrage, la solution la moins chère pour les lacs 3 et 9 coûte 20 + 4 = 24. (c) Si le lac 9 est dévié dans le lac 3, il y a un surplus de 12 qui ne peut être dévié que dans le lac 6. Le surplus de 18 peut être évacué par le canal vers le barrage déjà construit. Le coût pour les lacs 3 et 9 est alors de 10 + 12 = 22, ce qui est moins cher.

Les canaux choisis peuvent dévier toute l'eau en surplus dans le lac du barrage pour un coût minimal de $40 + 12 + 22 = 74$.

C'est de l'informatique !

Les lacs (naturels et du barrage) et les endroits auxquels les canaux peuvent être construits peuvent être représentés dans un *graphe*. Un graphe a des *nœuds* (ici, les lacs) et des arêtes (ici, les endroits où des canaux peuvent être construits) qui les relient. Les arêtes peuvent avoir une direction et un *poids*, comme la capacité des canaux dans cet exercice.

C'est très utile de représenter un problème à l'aide d'une structure connue (comme un graphe) lorsqu'il existe des algorithmes informatiques permettant de traiter ces structures pour y résoudre des problèmes. Dans le domaine des graphes, beaucoup de problèmes sont décrits et il existe un grand nombre d'algorithmes efficaces permettant de les résoudre. C'est le cas pour les problèmes de flot, comme le *problème du flot de coût minimum* qui ressemble au problème de cet exercice du castor.

Mots clés et sites web

- Théorie des graphes : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorie_des_graphes`
- Graphe orienté : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Graphe_orienté`
- Réseau de flot : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Réseau_de_flot`
- Problème du flot de coût minimum : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Problème_du_flot_de_coût_minimum`

12. Parking

Il y a 9 invités qui viennent en voiture à une fête. Devant la salle de fête, 9 voitures peuvent se parquer dans 3 colonnes avec 3 voitures les unes derrière les autres dans chaque colonne. Les invités arrivent dans l'ordre suivant :

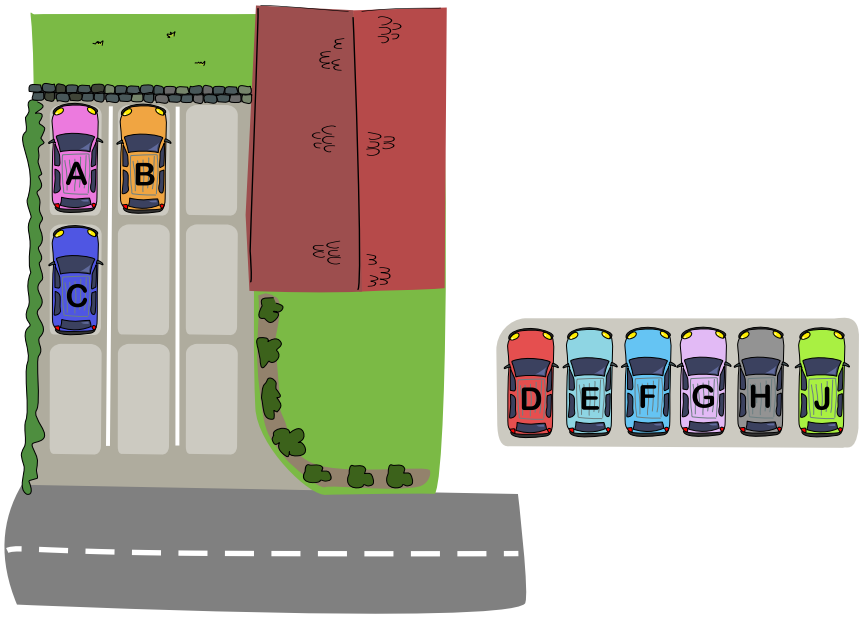
Anja, **B**rigitte, **C**lara, **D**avid, **E**lia, **F**rank, **G**abi, **H**ugo et enfin **J**ulia.

Pour se parquer, chaque invité choisit une colonne et s'y parque le plus en avant possible.

Les invités veulent partir de la fête dans l'ordre suivant :

Gabi, **D**avid, **B**rigitte, **E**lia, **J**ulia, **C**lara, **H**ugo, **A**nja et enfin **F**rank.

Les voitures d'**A**nja, **B**rigitte et **C**lara sont déjà parquées. Les autres invités se parquent les uns après les autres. Ils veulent se parquer de manière à ce que personne ne soit bloqué par une autre voiture au moment de partir.

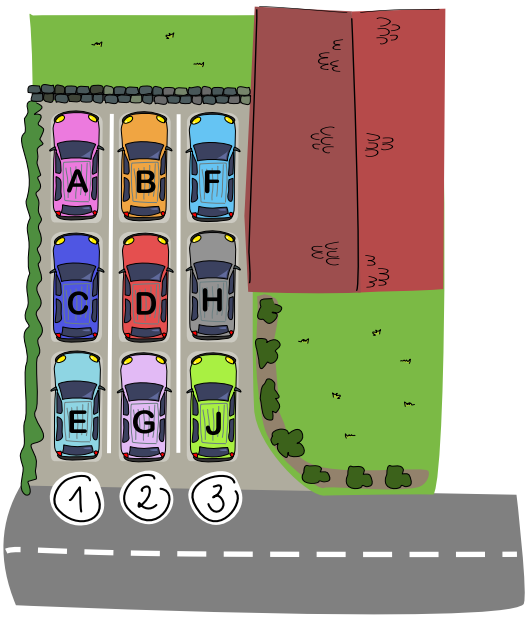


Montre aux invités comment ils peuvent se parquer !

Place les 6 voitures restantes dans les colonnes du parking. Tu dois considérer l'ordre d'arrivée ***et*** *l'ordre de départ.*

Solution

Voici la bonne réponse :



Nous commençons par observer que :

a) **F**rank part en dernier et doit donc se parquer tout en avant.

b) **G**abi part en premier et doit donc être sur une des trois places de derrière.

c) **B**rigitte part en troisième, donc **D**avid et **G**abi doivent se parquer derrière elle.

À partir de cela, nous pouvons faire les déductions suivantes :

- Le point a) signifie que **F**rank doit se parquer à côté de **B**rigitte, sur le devant de la colonne 3.
- **D**avid arrive après **A**nna, **B**rigitte et **C**lara. Le point c) signifie que **D**avid doit se parquer derrière **B**rigitte dans la colonne 2.
- Le point c) signifie que **G**abi doit se parquer derrière **D**avid dans la colonne 2.
- Il ne reste que la place derrière **C**lara dans la colonne 1 pour **E**mil. Il part en quatrième (après **G**abi, **D**avid et **B**rigitte) et doit donc être parqué tout à l'arrière d'une colonne. Quand il arrive, il n'y a que **F**rank dans la colonne 3 et **E**mil devrait se mettre sur la place du milieu ; il ne lui reste donc que la colonne 1 comme possibilité, vu que la colonne 2 est pleine.
- Il ne reste que les deux places dans la colonne 3 pour **H**ugo (au milieu) et **J**ulia (derrière). Heureusement que **J**ulia veut partir avant **H**ugo, car il n'y aurait pas de bonne solution sinon !

Comme chaque voiture ne peut se parquer qu'à une seule place, il n'y a qu'une seule solution.

C'est de l'informatique !

Les trois voitures parquées dans chaque colonne ne peuvent partir que dans l'ordre inverse de leur ordre d'arrivée. C'est comme avec une pile d'assiettes de laquelle on ne peut enlever que l'assiette du dessus sans risque.

Les *piles* existent aussi en informatique : ce sont des structures de données. Elles fonctionnent comme des piles d'assiettes ou les colonnes du parking de cet exercice du castor : l'opération *empiler* (*push* en anglais) ajoute un élément de données sur la pile. La fonction *top* nous dit quel est le dernier élément ajouté, et l'opération *dépiler* (*pop* en anglais) l'enlève de la pile. Il existe des modèles de calcul utilisant les piles en informatique théorique, par exemple les *automates à pile* : ils reconnaissent les *langages algébriques* utilisés par les ordinateurs, comme les langages de programmation ou le HTML.

Les systèmes d'exploitation des ordinateurs utilisent plusieurs piles (comme les trois colonnes de cet exercice) pour répartir des tâches entre plusieurs processeurs, par exemple. En ajoutant une deuxième pile à un automate à pile, celui-ci peut effectuer n'importe quel calcul, comme une machine de Turing. La deuxième pile fait toute la différence !

Mots clés et sites web

- Pile : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Pile_(informatique)`
- Problème de partition : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Problème_de_partition`
- Multiprocesseur : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Multiprocesseur`
- Automate à pile : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate_à_pile`
- Langage algébrique : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Langage_algébrique`

13. Castor Jones

Castor Jones  est dans une terrible pyramide remplie de couloirs dangereux. Au bout de chaque couloir se trouve un fabuleux trésor. Jones veut atteindre chaque trésor *le plus vite possible*.

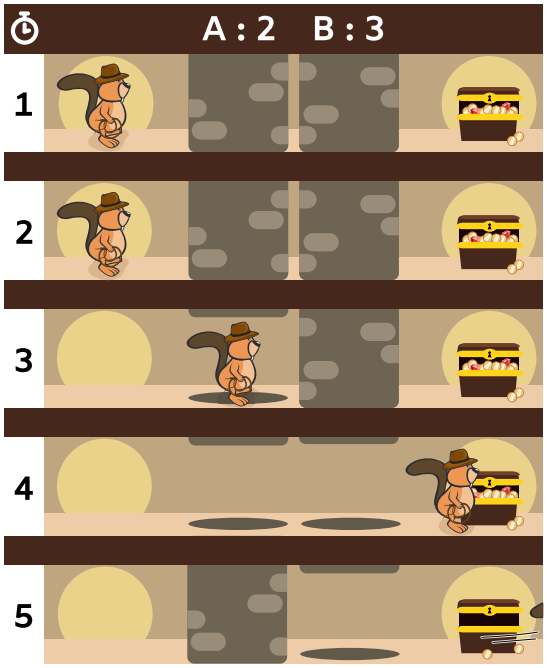
Chaque couloir est bloqué par une série de blocs de pierre. Au départ, tous les blocs sont en bas. Dès que quelqu'un entre dans le couloir, ils commencent à se déplacer. Chaque bloc se déplace de haut en bas à un rythme régulier. Par exemple, un bloc avec le tempo 2 va monter d'un coup au bout de deux minutes, puis redescendre tout aussi vite deux minutes plus tard.

Jones se retrouve devant sa première épreuve :

Ce couloir a deux blocs : le bloc A a le tempo 2 et le bloc B le tempo 3. Heureusement, Jones a trouvé une note avec des instructions permettant d'atteindre le trésor le plus vite possible :

```
wait(2)
goto_block(A)
wait(1)
goto_treasure
```

Jones suit les instructions : il attend 2 minutes, puis va vers le bloc A, y attend 1 minute et va ensuite vers le trésor. Il atteint le trésor après 3 minutes :

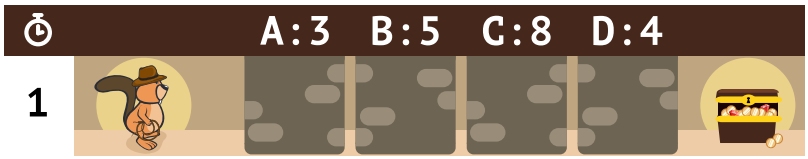


Jones se rend compte qu'il aurait pu atteindre le trésor à la même vitesse avec moins d'instructions :

```
wait(3)
goto_treasure
```

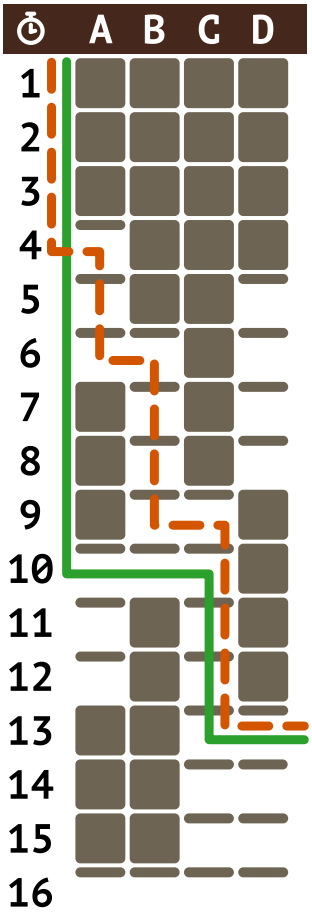
Il arrive au couloir suivant. Celui-ci a quatre blocs qui ont les tempos 3, 5, 8 et 4.

Quelle est la plus courte séquence d'instructions permettant à Jones d'atteindre le trésor le plus vite possible ?



Solution

L'image ci-dessous montre comment Jones peut se déplacer dans le couloir :



Pour se déplacer aussi vite que possible, il peut suivre les instructions suivantes et atteindre le trésor après la douzième minute (comme le montre la ligne orange) :

```
wait(3)
goto_block(A)
wait(2)
goto_block(B)
wait(3)
goto_block(C)
wait(4)
goto_treasure
```

Il y a cependant une séquence d'instructions plus courte lui permettant aussi d'atteindre le trésor après la douzième minute (comme le montre la ligne verte) :

```
wait(9)
goto_block(C)
wait(3)
goto_treasure
```

Ce n'est pas possible d'atteindre le trésor avec moins d'instructions sans perdre de temps. La seule possibilité serait que Jones traverse le couloir d'un seul coup, et il devrait attendre que tous les blocs soient en haut en même temps à la fin de la quinzième minute pour cela.

C'est de l'informatique !

Castor Jones, l'intrépide aventurier, veut bien sûr atteindre le fabuleux trésor le plus vite possible – pas que quelqu'un d'autre ne le précède ! Mais, en tant qu'optimiseur très bien organisé, Jones ne se contente pas de n'importe quelles instructions pour avancer vite. Non, il cherche la séquence d'instructions la plus courte lui permettant d'y arriver. Il optimise donc son chemin avec deux objectifs, ou ajoute une condition supplémentaire à l'optimisation de la vitesse. Facile pour Jones !

Ce serait plus compliqué si Jones avait choisi deux objectifs d'optimisation pas forcément compatibles : par exemple d'atteindre le trésor le plus vite possible tout en gardant ses habits en forme pour tourner dans un film hollywoodien. En informatique et mathématiques, on parle dans ce genre de cas d'*optimisation multiobjectif*. Ces problèmes n'ont souvent pas d'optimum unique, mais un *optimum de Pareto*. L'optimum de Pareto (nommée d'après Vilfredo Pareto, un économiste italien) est un état dans lequel il n'est pas possible d'améliorer un objectif sans réduire l'autre.

Comme pour toutes les bonnes informaticiennes et les bons informaticiens, c'est la qualité qui compte pour Jones. En informatique, le concept de qualité ou d'optimum ne concerne pas que les résultats de calculs, mais par exemple aussi la qualité du code d'un programme. Celle-ci peut être mesurée grâce à différents critères, comme la structure du code ou les commentaires qui y sont associés. S'il y a le choix entre plusieurs codes ayant la même fonction, celui ayant le moins d'instructions peut être sélectionné, comme dans cet exercice du castor.

Mots clés et sites web

- Optimisation : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_(mathématiques)`
- Optimisation mutliobjectif : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_multiobjectif`
- Optimum de Pareto : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimum_de_Pareto`

14. Session d'examens

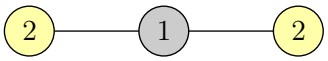
C'est la saison des examens de maturité au gymnase Euler. La session d'examens doit durer au maximum 5 jours. Comme on ne peut passer qu'un examen par jour, 2 examens qu'un même élève doit passer ne peuvent pas avoir lieu le même jour. Ces 2 examens sont alors en « conflit ».

Pour faciliter la planification, les conflits sont représentés dans un diagramme fait de cercles et de lignes :

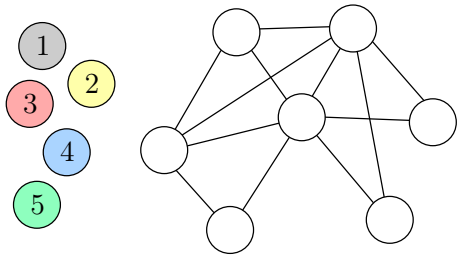
- Un cercle vide est dessiné pour chaque examen ;
- Une ligne est dessinée entre deux examens si (et seulement si) ces 2 examens sont en conflit et ne peuvent pas être prévus pour le même jour.

On écrit ensuite dans les cercles le numéro du jour (1 à 5) auquel l'examen se passera.

Voici un exemple avec 3 examens : l'examen du milieu se passe le premier jour et a 2 conflits, un avec chacun des deux autres examens, qui, eux, se passent le deuxième jour et n'ont pas de conflit entre eux.



Dans les 5 prochains jours, 7 examens doivent être prévus. Le diagramme suivant montre leurs conflits :

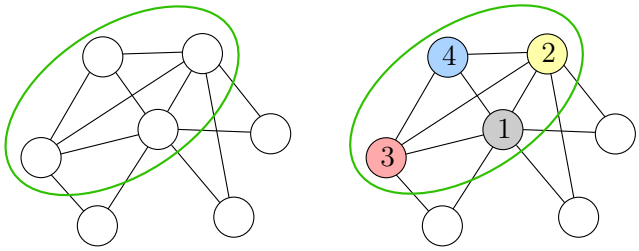


Répartis les examens sur le moins de jours possible (1 à 5) en tenant compte des conflits. Il y a plusieurs bonnes réponses.

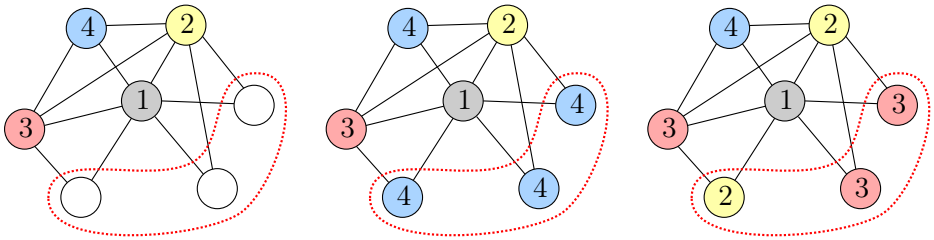
Solution

Voici la bonne réponse :

En observant le diagramme, on remarque un motif spécial entre les examens dessinés en haut à gauche (image de gauche). Chacun de ces examens est en conflit avec chacun des autres, ce qui fait qu'ils doivent être prévus pour 4 jours différents. Tu vois une possibilité de faire ça sur l'image de droite. Chacune des autres $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ possibilités de répartir les examens sur 4 jours est également juste.



Nous observons maintenant les 3 examens restants (image de gauche) pour cette répartition. Aucun d'entre eux ne peut être prévu pour le jour 1, mais tous pour le jour 4 (image du milieu). Si l'on veut faire les examens pendant les jours 2 ou 3, on ne peut le faire que comme sur l'image de droite à cause des conflits. Il reste encore 6 possibilités de déplacer un ou 2 des examens prévus pour les jours 2 et 3 au jour 4.



Il y a donc 8 possibilités de répartir les 3 examens en bas à droite pour chacune des 24 possibilités de répartir les examens en haut à gauche. Il y a a donc 192 bonnes réponses avec les jours {1, 2, 3, 4}, et encore 192 solutions de plus pour chacune des quatre combinaisons de jours {2,3,4,5}, {1,3,4,5}, {1,2,4,5} et {1,2,3,5}. Cet exercice a donc $5 \times 192 = 960$ solutions !

C'est de l'informatique !

Pour la répartition des examens, il est très utile que les conflits soient représentés dans un diagramme clair. C'est aussi important d'utiliser une représentation ou un modèle clair des données pour des problèmes de répartition plus complexes qui sont résolus à l'aide d'outils informatiques. Le diagramme des conflits de cet exercice du castor est une représentation visuelle d'un *graphe*, une structure spécialement importante en informatique pour modéliser les relations entre des objets. Un graphe est fait de *nœuds* (représentés ici par des cercles) et d'*arêtes* (les lignes entre les cercles) reliant deux nœuds chacune.

Le problème de répartition consistant à assigner aussi peu de valeurs possibles aux nœuds d'un graphe de façon à ce que deux nœuds reliés par une arête aient toujours des valeurs différentes est connu sous le nom de *coloration de graphe* en informatique – les valeurs peuvent être représentées par des couleurs. Les problèmes de coloration de graphe ont beaucoup d'applications, par exemple :

- le coloriage de cartes géographiques dans lesquelles les pays voisins doivent avoir des couleurs différentes
- La planification d'examens, comme dans cet exercice
- La répartition des fréquences dans des réseaux mobiles lorsque les interférences entre mâts doivent être évitées
- La répartition de trains sur les voies d'une gare afin que les trains présents au même moment soient sur des voies différentes.

De manière générale, les problèmes de coloration font partie des problèmes les plus difficiles en informatique – appelés problèmes *NP-difficiles*. Heureusement, suivant les applications, les problèmes de coloration peuvent être beaucoup plus faciles, et, dans les cas vraiment difficiles, des méthodes ne trouvant pas forcément la solution optimale, mais de bonnes solutions peuvent être utilisées.

Mots clés et sites web

- Coloration de graphe : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Coloration_de_graphe`
- NP-difficile : `https://fr.wikipedia.org/wiki/NP-difficile`

15. Castor de contrôle

Le chef castor engage 4 castors *messagers* : ils envoient des messages en levant des drapeaux. Chaque castor messager peut lever soit un drapeau jaune, soit un drapeau rouge.

Il arrive qu'un castor messager se trompe et lève le mauvais drapeau. Le chef castor aimerait pouvoir détecter ces erreurs. Pour cela, il engage en plus trois castors *contrôleurs*.

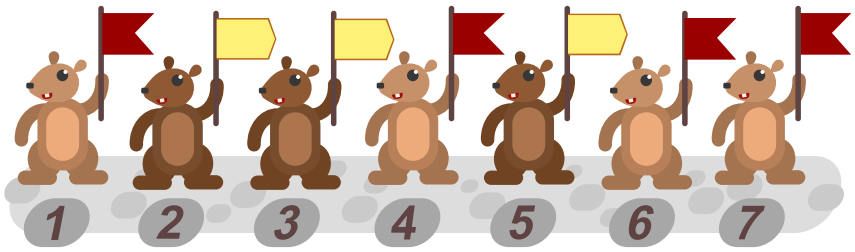
Chaque castor contrôleur vérifie les drapeaux de trois castors messagers. Si ces trois castors doivent lever un nombre impair de drapeaux rouges, le castor contrôleur doit lui aussi lever un drapeau rouge, et un drapeau jaune sinon. Lorsque les bons drapeaux sont levés, il y a ainsi un nombre pair de drapeaux rouges entre le castor contrôleur et ses 3 messagers.

Le chef numérote les castors messagers et contrôleurs et les groupe comme cela :

Castors messagers	**Castor contrôleur**
1, 2, 3	5
1, 2, 4	6
2, 3, 4	7

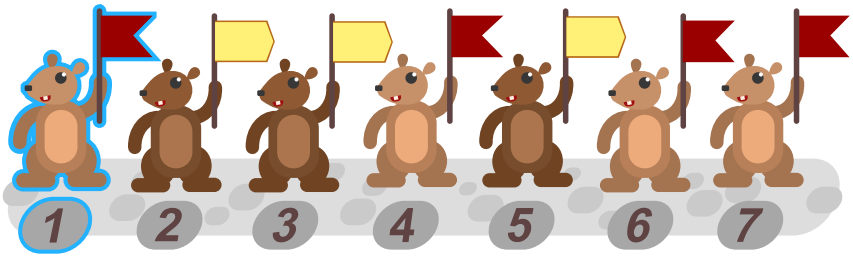
Maintenant, 7 drapeaux sont maintenant levés pour chaque message. Le chef castor voit le message ci-dessous. Il remarque qu'exactement un castor lève le mauvais drapeau.

Quel castor lève le mauvais drapeau ?

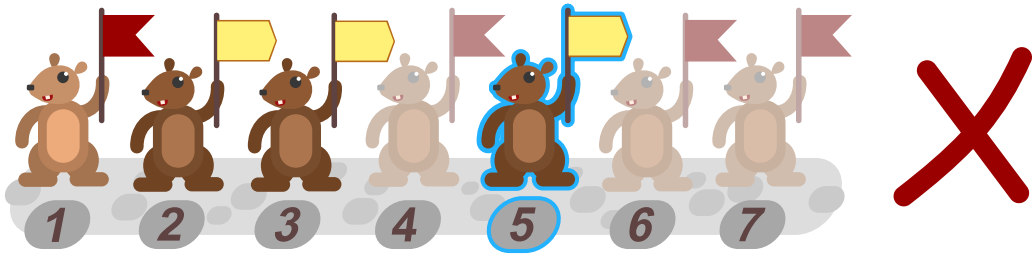


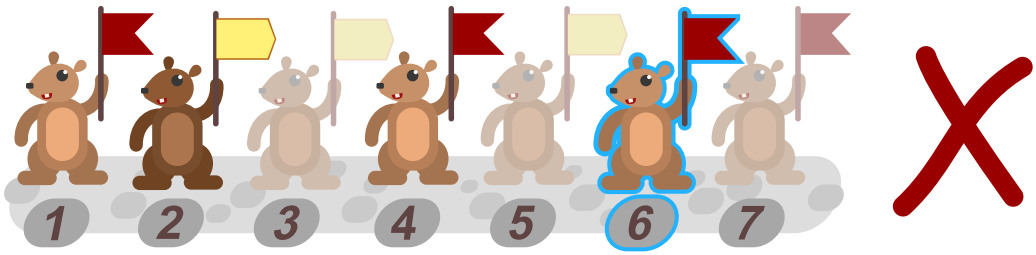
Solution

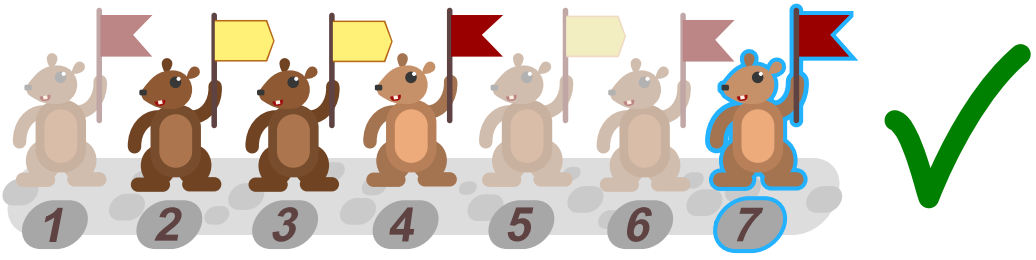
Voic la bonne réponse: Le castor numéro 1 lève le mauvais drapeau.



Pour simplifier l'explication, nous appelons chaque groupe de trois messagers et un contrôleur par le numéro du castor contrôleur – il y a donc les groupes 5, 6, et 7. Au moins un des groupes doit donc lever un nombre impair de drapeaux rouges. Voici les trois groupes avec le castor contrôleur entouré en bleu.







On voit qu'il y a une erreur dans le groupe 5, car les castors lèvent un seul drapeau rouge, donc un nombre impair. Il y a aussi une erreur dans le groupe 6 qui lève trois drapeaux rouges, également un nombre impair. Le groupe 7 lève deux drapeaux rouges, un nombre pair, et ne fait donc pas d'erreur.

Les castors du groupe 7, c'est-à-dire les castors 2, 3, 4 et 7, ne font pas d'erreur. Dans le groupe 5, il reste donc les castors 1 ou 5 qui pourraient faire une erreur, et les castors 1 ou 6 dans le groupe 6.

Comme un seul castor se trompe, ce doit être le même dans le groupe 5 et 6. C'est donc le castor 1 qui lève le mauvais drapeau.

C'est de l'informatique !

Dans le monde numérique, les messages et les données en général sont représentés en *code binaire*, par des suites de *bits* (0 et 1). Lorsque ceux-ci sont transmis par des lignes de communication, il peut y avoir des perturbations causant l'échange de bits : un 1 devient un 0 ou l'inverse. Pour pouvoir traiter les informations correctement, on aimerait pouvoir vérifier si une erreur a eu lieu lors de la transmission et la corriger si tel est le cas. Pour cela, des *codes correcteurs* ont été développés.

Une manière simple de faire cela serait d'envoyer chaque bit trois fois de suite : l'échange d'un des bits serait facile à détecter et corriger, car les deux autres bits contiendraient encore l'information juste, permettant d'utiliser la majorité pour trouver la bonne information. Cette méthode simple a le désavantage de demander la transmission de trois fois plus de données. Pour ne pas surcharger les lignes, il est important d'utiliser aussi peu de bits que possible pour le contrôle.

Dans cet exercice du castor, le chef castor utilise un *code de Hamming*. Dans un code de Hamming, plusieurs groupes de bits des données originales ont chacun un bit de contrôle. Le bit de contrôle est calculé à partir des données originales de façon à ce que les bits des données et le bit de contrôle comptent ensemble un nombre pair de 1 ; cette propriété est appelée *parité paire*. Si la parité est juste pour tous les groupes d'un message, on peut partir du principe que le message a été transmis correctement. Si un seul bit a été échangé lors de la transmission, celui-ci peut être corrigé en regardant dans quels groupes la parité est fausse, comme dans cet exercice.

Le code de Hamming contrôle quatre bits de données avec trois bits de contrôle, comme dans cet exercice. Quatre bits de contrôle permettent déjà de contrôler 11 bits, donnant un message encodé de 15 bits en tout. De manière générale, k bits de contrôle suffisent pour un message encodé de $2^k - 1$ bits. Les messages plus longs ont donc besoin, en proportion, de moins de bits de contrôle. La plupart du temps, c'est suffisant de pouvoir détecter et corriger une erreur par message comme avec le code de Hamming, mais d'autres codes permettant de corriger plus d'erreurs sont aussi utilisés en informatique.

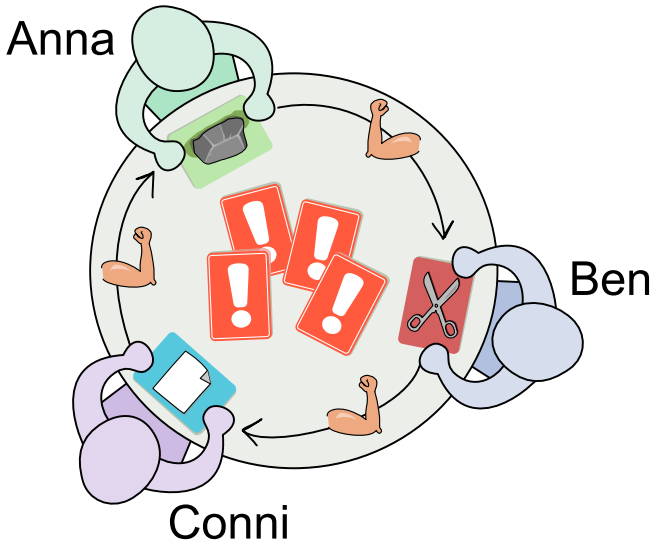
Mots clés et sites web

- Code correcteur : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Code_correcteur`
- Code de Hamming : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Code_de_Hamming`
- Bit de parité : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Somme_de_contrôle#Exemple_:_bit_de_parité`

16. Papier, caillou, ciseaux

Anna, Ben et Conni jouent ensemble à « Papier, caillou, ciseaux ». Ils jouent les uns contre les autres par groupes de 2, mais tous en même temps.

Chacun a tiré une carte : Anna, la carte caillou  ; Ben, la carte ciseaux  ; et Conni, la carte papier  :



Ils jouent d'après les règles classiques : le caillou bat les ciseaux, les ciseaux battent le papier, et le papier bat le caillou. Avec la distribution actuelle des cartes, chacun perd une fois et gagne une fois. Ben, par exemple, gagne contre Conni et perd contre Anna.

Avant de déterminer le résultat du tour de jeu pour chaque joueur, il faut encore choisir l'une des quatre cartes d'action et l'appliquer. Chacune des cartes décrit un ou plusieurs échanges de cartes à faire entre 2 joueurs. Si rien d'autre n'est précisé sur la carte, les joueurs qui échangent les cartes peuvent changer à chaque échange.

Ben veut absolument gagner contre Conni, quelle que soit la manière dont l'échange sur la carte est effectué.

Une seule des 4 actions garantit que Ben gagne contre Conni. Laquelle ?

A) Ben et Conni échangent leurs cartes un nombre impair de fois.

B) N'importe quelle paire de joueurs sauf Ben et Conni échangent leurs cartes aussi souvent qu'ils le veulent.

C) N'importe quelle paire de joueurs, mais au moins une fois Ben et Conni, échangent leurs cartes aussi souvent qu'ils le veulent.

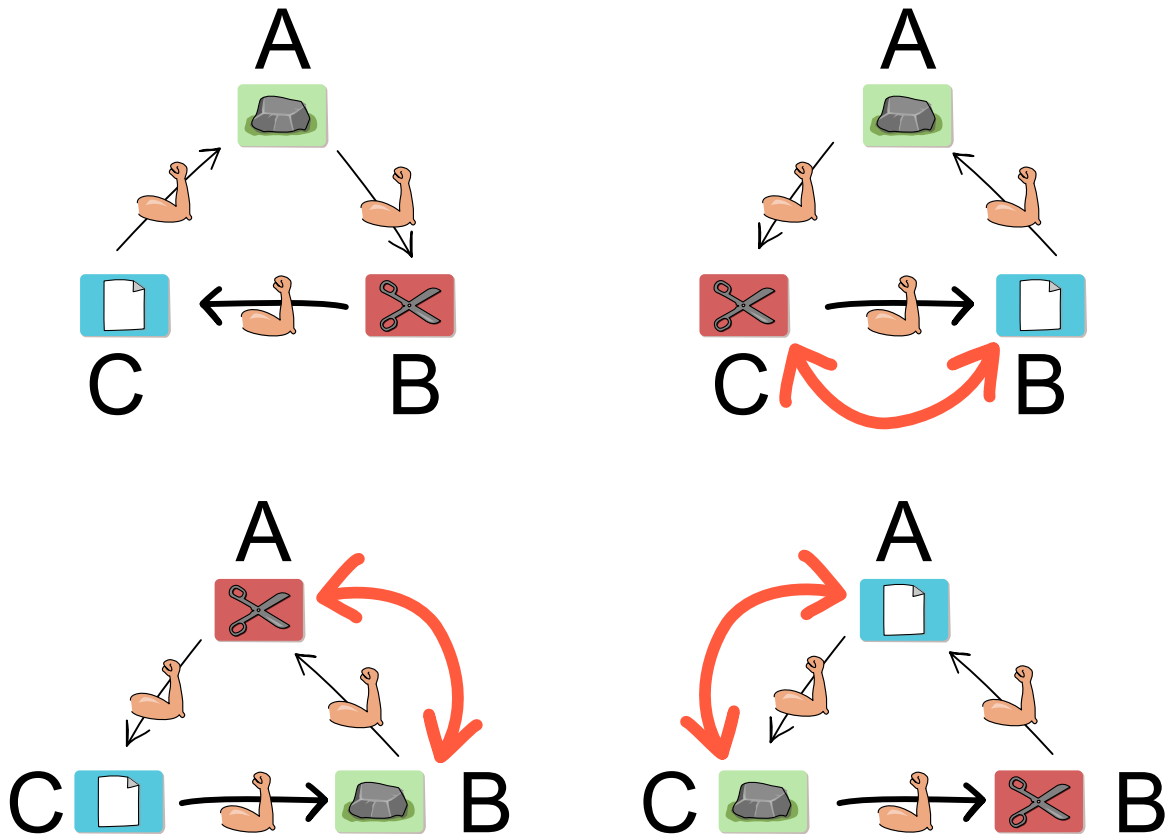
D) N'importe quelle paire de joueurs échangent leurs cartes un nombre pair de fois.

Solution

La bonne réponse est D).

Nous commençons par constater que Ben gagnerait contre Conni avec sa carte de départ (les ciseaux battent le papier). Il ne faut pas changer cela. 3 des cartes d'action comportent un risque que Ben perde contre Conni à la fin. Seule la carte de la réponse B **exclut** que Ben perde contre Conni.

Une constatation est importante : les 3 cartes de jeu sont différentes, et les règles précisent que chaque carte gagne contre une autre carte et perd contre la troisième. Si les joueurs sont assis en rond, chacun gagne contre un de ses voisins et perd contre l'autre. Un échange modifie le résultat du jeu de chaque paire de joueurs, quels que soient les joueurs qui échangent leurs cartes :



Les résultats de départ sont donc rétablis après un nombre pair d'échanges. Après un nombre impair d'échanges, tous les résultats sont inversés. Comme Ben gagne contre Conni avant d'effectuer l'échange, nous ne pouvons assurer qu'il gagne encore après que si le nombre d'échanges est toujours pair. Ce n'est le cas que pour la réponse D).

C'est de l'informatique !

Pour résoudre cet exercice du castor, il était important de remarquer que chaque échange de cartes change le résultat du jeu de chaque paire de joueurs, même si les joueurs concernés n'ont eux-mêmes pas échangé de cartes. Le résultat du jeu de Ben et Conni change donc même si Ben et Conni n'échangent pas de carte l'un avec l'autre, mais uniquement avec Anna. Un *changement local* dans

une paire a donc un *effet global* sur toutes les paires. Ce type d'*effet secondaire* peut causer des problèmes lors du développement de programmes informatiques, surtout lorsqu'ils arrivent de manière involontaire. La fiabilité et la sécurité des programmes peuvent alors être diminuées.

La sécurité et la fiabilité sont cruciales pour les programmes informatiques. C'est évident pour les programmes pouvant causer de gros dommages, comme les systèmes de conduite automatique ou de contrôle de centrales énergétiques. Mais les systèmes traitant des données personnelles doivent également le faire de la manière sûre et fiable.

Pour cela, il est important que les programmes utilisés soient *corrects*. Un programme (ou un algorithme) est correct s'il fonctionne quelles que soient ses entrées, c'est-à-dire s'il s'arrête toujours et donne le résultat attendu. On essaie de vérifier cette propriété pour les programmes importants. Pour cela, des *invariants* peuvent être utilisés : ce sont des conditions qui sont toujours valables, par exemple à chaque répétition d'une boucle. Dans cet exercice, lorsque chaque instance d'échange comporte deux échanges de cartes, « Ben gagne contre Conni » est un invariant.

Mots clés et sites web

- Invariant de boucle : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Invariant_de_boucle`
- Théorie des jeux : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorie_des_jeux`

Tâches de programmation

Les tâches qui suivent sont des tâches de programmation et font partie des tâches bonus du concours.

Alors que les tâches de base n'ont aucun prérequis en informatique, ces tâches-ci se résolvent plus facilement en ayant des connaissances en programmation.

Comme la programmation sur papier n'est pas très pratique, un code QR est fourni pour chaque tâche pour la résoudre en ligne de façon interactive.

17. D'un côté à l'autre

Benno le castor veut ramasser des bûches dans le Seeland. Écris un programme pour que le castor puisse ramasser la bûche dans tous les lacs. Clique sur les cercles sous le lac pour passer d'un lac à l'autre.

Tu peux utiliser ces instructions :

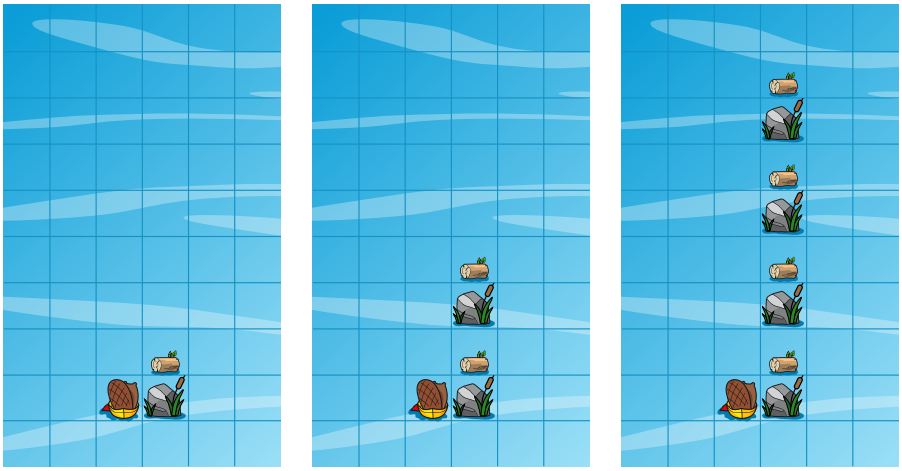
Instruction	**Effet**
`move()`	Benno avance d'une case dans la direction où il regarde
`turnRight()` / `turnLeft()`	Benno se tourne sur place de 90 degrés sur sa droite ou sur sa gauche
`removeLog()`	Benno ramasse la bûche de la case où il se trouve

`while ...:`
`  instruction`
`  instruction`
	Benno répète les instructions décalées tant qu'une condition est remplie.

`rockRight()`	*Condition* : Vérifie s'il y a un rocher à la droite de Benno
`rockLeft()`	*Condition* : Vérifie s'il y a un rocher à la gauche de Benno

Dans l'exemple suivant, Benno avance d'une case tant qu'il y a un rocher à sa gauche. Quand ce n'est plus le cas, il continue avec l'instruction suivante qui n'est pas décalée — ici, dans l'exemple, `turnLeft()` :

```
while rockLeft():
    move()
turnLeft()
```



Lac 1 *Lac 2* *Lac 3*

Écris un programme pour ramasser la bûche dans tous les lacs.

Solution

La solution correcte est la suivante :

```
while rockRight():
    move()
    turnRight()
    move()
    removeLog()
    turnLeft()
    turnLeft()
    move()
    turnRight()
    move()
```

Comme nous voulons écrire un programme valable pour les trois lacs, nous constatons immédiatement qu'il n'est pas possible de trouver une solution en comptant simplement les pas et les mouvements. Cette approche fonctionne certes pour un seul lac, mais ne peut pas fonctionner dans les autres, car le nombre de rochers et de bûches y est différent.

En comparant les lacs, on remarque toutefois un motif composé d'un rocher suivi d'une bûche. Ce motif se répète dans les deux mondes, mais un nombre différent de fois.

Reconnaître ce motif conduit à utiliser la structure de contrôle `while`, qui permet d'exécuter des instructions de manière répétée tant qu'une condition est remplie. Dans sa position de départ, il y a dans les trois mondes un rocher à la droite de Beno. Si nous prenons donc `rockRight()` comme condition de la boucle, nous savons que cette condition est immédiatement remplie et que les instructions indentées (le corps de la boucle) seront exécutées au moins une fois.

Comme le motif rocher–bûche se répète, il nous suffit, dans le corps de la boucle, de faire en sorte que Beno termine son mouvement de manière à avoir à nouveau un rocher à sa droite. Ainsi, la condition `rockRight()` sera de nouveau remplie et le corps de la boucle sera exécuté une fois de plus. Dès qu'il n'y a plus de rocher à la droite de Beno dans sa position finale, c'est-à-dire que la condition n'est plus remplie, le corps de la boucle n'est plus exécuté et le programme se termine.

C'est de l'informatique !

L'informatique s'occupe souvent d'abstraction, c'est-à-dire de la simplification de systèmes et de processus complexes. Programmer permet de décomposer des problèmes compliqués en plus petites parties et de les résoudre de manière systématique. La programmation enseigne une manière de penser structurée, qui aide à aborder les problèmes de façon méthodique. Souvent, nous cherchons une solution qui puisse être utilisée pour plusieurs problèmes similaires.

Dans cet exemple, il s'agit de trouver une solution qui fonctionne non seulement pour un seul cas, mais pour plusieurs situations différentes. Les solutions programmées qui ne fonctionnent que pour

un cas précis sont appelées Hardcode. Nous essayons souvent d'éviter qu'une solution soit hardcodée et écrivons plutôt des programmes utilisables pour plusieurs problèmes similaires.

Grâce à la structure de contrôle while en lien avec la condition utilisée, il est possible d'exécuter des instructions de manière répétée tant que cette condition est à nouveau remplie après l'exécution du corps de la boucle (boucle à test initial). Si nous reconnaissons en plus le motif sous-jacent (ici : un rocher suivi d'une bûche, qui se répètent), nous pouvons généraliser la solution et ainsi trouver une approche qui résout également d'autres instances du même problème (ici : plusieurs lacs) sans devoir modifier le code du programme.

Mots clés et sites web

- Programmation : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Programmation_informatique`
- Séquence : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Structure_de_contrôle`
- Loop : `https://en.wikipedia.org/wiki/Control_flow#loop-statement`

A. Auteur·e·s des exercices

James Atlas
Masiar Babazadeh
Leonardo Barichello
Wilfried Baumann
Susanne Berchtold
Maksim Bolonkin
Maria Cepeda
Špela Cerar
Gi Soong Chee
Anton Chukhnov
Darija Dasović
Christian Datzko
Justina Dauksaite
Diane Dowling
Nora A. Escherle
Gerald Futschek
Vernon Gutierrez
Silvan Horvath
Alisher Ikramov
Thomas Ioannou
Asterios Karagiannis
Blaž Kelvišar
David Khachatryan
Doyong Kim
Jihye Kim
Dong Yoon Kim
Vaidotas Kinčius
Jia-Ling Koh
Sophie Koh
Víctor Koleszar
Lukas Lehner
Gunwoong Lim
Yoshiaki Matsuzawa
Hamed Mohebbi
Mattia Monga
Anna Morpurgo
A-Yeong Park
Suchan Park
Elsa Pellet
Jean-Philippe Pellet
Emmanuel Plan
Zsuzsa Pluhár
Wolfgang Pohl
Cesar F. Bolanos Revelo
Pedro Ribeiro
Rokas Rimkus
Kirsten Schlüter
Dirk Schmerenbeck
Jacqueline Staub
Alieke Stijf
Supawan Tasanaprasert
Susanne Thut

 Christine Vender

 Kyra Willekes

 Michael Weigend

 Hsu Sint Sint Yee

B. Partenaires académiques

Haute école pédagogique du canton de Vaud
`http://www.hepl.ch/`

Ausbildungs- und Beratungszentrum für Informatikunterricht der ETH Zürich
`http://www.abz.inf.ethz.ch/`

La Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI)
`http://www.supsi.ch/`

Pädagogische Hochschule Zürich
`https://www.phzh.ch/`

Universität Trier
`https://www.uni-trier.de/`

C. Sponsoring

Fondation Hasler
http://www.haslerstiftung.ch/

Abraxas Informatik AG
https://www.abraxas.ch

Amt für Kindergarten, Volksschule und Beratung, Bildungs- und Kulturdirektion, canton de Berne
https://www.bkd.be.ch/de/start/ueber-uns/die-organisation/amt-fuer-kindergarten-volksschule-und-beratung.html

Amt für Wirtschaft, canton de Zurich
https://www.zh.ch/de/volkswirtschaftsdirektion/amt-fuer-wirtschaft.html

Fondation d'Informatique Suisse
https://informatics-foundation.ch

cyon
https://www.cyon.ch

Senarclens Leu & Partner
http://senarclens.com/

Wealth Management IT and UBS Switzerland IT
http://www.ubs.com/

